

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΤΡΙΤΗ 2 ΙΟΥΝΙΟΥ 2026

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 65

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k = \frac{v_1}{v} + \frac{v_2}{v} + \dots + \frac{f_k}{v} = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_k}{v} = \frac{v}{v} = 1$$

A2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 87

Διάμεσος (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά ορίζεται ως η μεσαία παρατήρηση, όταν το n είναι περιττός αριθμός, ή ο μέσος όρος (ημιάθροισμα) των δύο μεσαίων παρατηρήσεων όταν το n είναι άρτιος αριθμός.

A3. Σχολικό βιβλίο σελίδα 27

Έστω B το σύνολο των $x \in A$ στα οποία η f είναι παραγωγίσιμη. Τότε ορίζεται μια νέα συνάρτηση, με την οποία κάθε $x \in B$ αντιστοιχίζεται στο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$. Η συνάρτηση αυτή λέγεται (πρώτη) παράγωγος της f και συμβολίζεται με f' .

- A4. α. Λάθος
β. Σωστό
γ. Σωστό
δ. Λάθος
ε. Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1. $f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1 \right)' = x^2 - 2x - 3, x \in \mathbb{R}.$

B2. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16$ και $x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	○	○	+
$f(x)$				

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, -1]$, $[3, +\infty)$, ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[-1, 3]$.

ΤΟΠΙΚΟ ΜΕΓΙΣΤΟ : $f(-1) = \frac{1}{3}(-1)^3 - (-1)^2 - 3 \cdot (-1) + 1 = \frac{8}{3}$

ΤΟΠΙΚΟ ΕΛΑΧΙΣΤΟ : $f(3) = \frac{1}{3}3^3 - 3^2 - 3 \cdot 3 + 1 = -8$

B3. Έστω ε η εφαπτομένη της C_f στο $A(0, f(0))$

$(\varepsilon) : y = \lambda \cdot x + \beta$, με $\lambda = f'(0) = -3$, άρα $\varepsilon : y = -3x + \beta, \beta \in \mathbb{R}.$

Είναι $f(0) = 1$, άρα το σημείο $A(0, 1)$ και ανήκει στην ευθεία (ε) , δηλαδή οι συντεταγμένες του επαληθεύουν την εξίσωση της (ε) ,

$1 = -3 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow 1 = \beta$ άρα **$\varepsilon : y = -3x + 1$.**

B4. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{\cancel{x+1}} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-3) = -4$

ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma 1. \bar{x} = \frac{\sum t_i}{v} \Rightarrow 4 = \frac{4 + 5 + 4 + \kappa + 0 + 3 + 7}{7} \Leftrightarrow 4 = \frac{\kappa + 23}{7} \Leftrightarrow \kappa + 23 = 28 \Leftrightarrow \kappa = 28 - 23 \Leftrightarrow \boxed{\kappa = 5}$$

Γ2. Γράφουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά :

0, 3, 4, **4**, 5, 5, 7

Η μεσαία παρατήρηση είναι 4 επομένως $\boxed{\delta = 4}$.

$$\begin{aligned} \Gamma 3. s^2 &= \frac{\sum (t_i - \bar{x})^2}{v} \Rightarrow \\ s^2 &= \frac{(0-4)^2 + (3-4)^2 + (4-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (5-4)^2 + (7-4)^2}{7} \Leftrightarrow \\ s^2 &= \frac{(-4)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 0^2 + 1^2 + 1^2 + 3^2}{7} \Leftrightarrow \\ s^2 &= \frac{16 + 1 + 0 + 0 + 1 + 1 + 9}{7} \Leftrightarrow \\ s^2 &= \frac{28}{7} \Rightarrow \boxed{s^2 = 4} \end{aligned}$$

$$\Gamma 4. s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{2}{4} \cdot 100\% \Rightarrow \boxed{CV = 50\%}$$

Είναι $CV > 10\%$, άρα $\boxed{\text{το δείγμα ΔΕΝ είναι ομοιογενές.}}$

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. E = 100 \Leftrightarrow x \cdot y = 100 \Leftrightarrow y = \frac{100}{x} \quad (1)$$

$$\text{Περίμετρος} = 2x + 2y \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \Pi(x) = 2x + 2 \cdot \frac{100}{x} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\Pi(x) = 2x + \frac{200}{x}, \quad x > 0}$$

$$\Delta 2. \Pi'(x) = \left(2x + \frac{200}{x} \right)' = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2}, \quad x > 0$$

$$\Pi'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - 200}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 200 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 200 \Leftrightarrow$$

$$x^2 = 100 \stackrel{x > 0}{\Leftrightarrow} x = 10$$

x	$-\infty$	-10	0	10	$+\infty$
$x^2 - 100$	+	○	-	○	+
x^2	+	+	○	+	+
$\Pi'(x)$				○	+
$\Pi(x)$					

Η $\Pi(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $(0, 10]$, ενώ είναι γνησίως αύξουσα στο $[10, +\infty)$.

Ελάχιστη περίμετρος όταν $x = 10$. Τότε $y = \frac{100}{10} = 10$,

δηλαδή $x = y$ και το ορθογώνιο είναι τετράγωνο.



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Δ3. • Είναι $0 < x_1 < x_2 < 10$ και η f είναι γν. φθίνουσα στο $(0, 10)$

$$\text{άρα } \Pi(x_1) > \Pi(x_2) \Leftrightarrow \Pi(x_1) - \Pi(x_2) > 0 \quad (1)$$

• Είναι $0 < x_1 < x_2 < 10$, άρα $x_1 - x_2 < 0 \quad (2)$

$$\text{Επομένως } A = \frac{\Pi(x_1) - \Pi(x_2)}{x_1 - x_2} \xrightarrow[(2)]{(1)} \boxed{A < 0}$$

$$\begin{aligned} \Delta 4. \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x} - 10} &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\frac{2x^2 - 200}{x^2}}{\sqrt{10x} - 10} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2x^2 - 200}{x^2(\sqrt{10x} - 10)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x^2 - 100)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(\sqrt{10x} - 10)(\sqrt{10x} + 10)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x - 10)(x + 10)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(\sqrt{10x^2} - 10^2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x - 10)(x + 10)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(10x - 100)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2\cancel{(x - 10)}(x + 10)(\sqrt{10x} + 10)}{10x^2\cancel{(x - 10)}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{(x + 10)(\sqrt{10x} + 10)}{5x^2} \\ &= \frac{(10 + 10)(\sqrt{100} + 10)}{5 \cdot 10^2} \\ &= \frac{20 \cdot 20}{500} \\ &= \boxed{\frac{4}{5}} \end{aligned}$$



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΑΙΣΧΥΛΟΥ 16 - ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ - ΤΗΛ. 210 5710710