



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΣΑΒΒΑΤΟ 4 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελίδες 28-29

Έχουμε $f(x+h) - f(x) = (x+h)^2 - x^2 = x^2 + 2xh + h^2 - x^2 = h(2x+h)$

και για $h \neq 0$ είναι

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x+h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2x+h) = 2x,$$

άρα $(x^2)' = 2x$.

A2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 87

Διάμεσος (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά ορίζεται ως η μεσαία παρατήρηση, όταν το n είναι περιττός αριθμός, ή ο μέσος όρος (ημιάθροισμα) των δύο μεσαίων παρατηρήσεων όταν το n είναι άρτιος αριθμός.

A3. α. Λάθος,
β. Σωστό,
γ. Λάθος.

A4. α. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad x > 0$

β. $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΑΙΣΧΥΛΟΥ 16 - ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ - ΤΗΛ. 210 5710710

ΘΕΜΑ Β

B1. $\bar{x} = \frac{25 + 10 + 5 + 20 + 15}{5} = \frac{75}{5} = 15$

$R = \text{μεγαλύτερη τιμή} - \text{μικρότερη τιμή} = 25 - 5 = 20$

B2. $s^2 = \frac{(25-15)^2 + (10-15)^2 + (5-15)^2 + (20-15)^2 + (15-15)^2}{5}$
 $= \frac{100 + 25 + 100 + 25 + 0}{5} = \frac{250}{5} = 50$

B3. $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{5\sqrt{2}}{15} = \frac{\sqrt{2}}{3} > \frac{1}{10}$, διότι $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 > \left(\frac{1}{10}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{2}{9} > \frac{1}{100}$

Επομένως το δείγμα **ΔΕΝ** είναι ομοιογενές

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f'(x) = (x^3 - 9x^2 + \alpha x + 1)' = 3x^2 - 18x + \alpha$

$f'(1) = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 1^2 - 18 \cdot 1 + \alpha = 0 \Leftrightarrow 3 - 18 + \alpha = 0 \Leftrightarrow$

$\alpha = 18 - 3 \Leftrightarrow \boxed{\alpha = 15}$

Γ2. Για $\alpha = 15$ είναι : $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1, x \in \mathbb{R}$

$f'(x) = 3x^2 - 18x + 15, x \in \mathbb{R}$

$f(2) = 2^3 - 9 \cdot 2^2 + 15 \cdot 2 + 1 = 3$, άρα $A(2, 3)$

$(\varepsilon) : y = \lambda x + \beta$ είναι η εφαπτομένη της C_f στο $A(2, 3)$

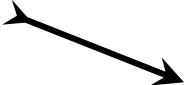
$\lambda = f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 18 \cdot 2 + 15 = -9$, άρα $(\varepsilon) : y = -9x + \beta$

$A(2, 3) \in (\varepsilon) \Leftrightarrow 3 = -9 \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow 21 = \beta$

Επομένως $\boxed{(\varepsilon) : y = -9x + 21}$

Γ3. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 18x + 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 36 - 20 = 16 \quad \text{και} \quad x = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \begin{cases} 5 \\ 1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
$f'(x)$	+	○	○	+
$f(x)$				

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, 1]$, $[5, +\infty)$, ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1, 5]$.

τοπικό μέγιστο : $f(1) = 1 - 9 + 15 + 1 = 8$

τοπικό μέγιστο : $f(5) = 125 - 225 + 75 + 1 = -2$

Γ4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 18x + 15}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 \cdot \cancel{(x-1)} \cdot (x-5)}{\cancel{(x-1)} \cdot (x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 \cdot (x-5)}{x+1}$

$$= \frac{3 \cdot (1-5)}{1+1} = \frac{3 \cdot (-4)}{2} = \frac{-12}{2} = -6$$

ΘΕΜΑ Δ

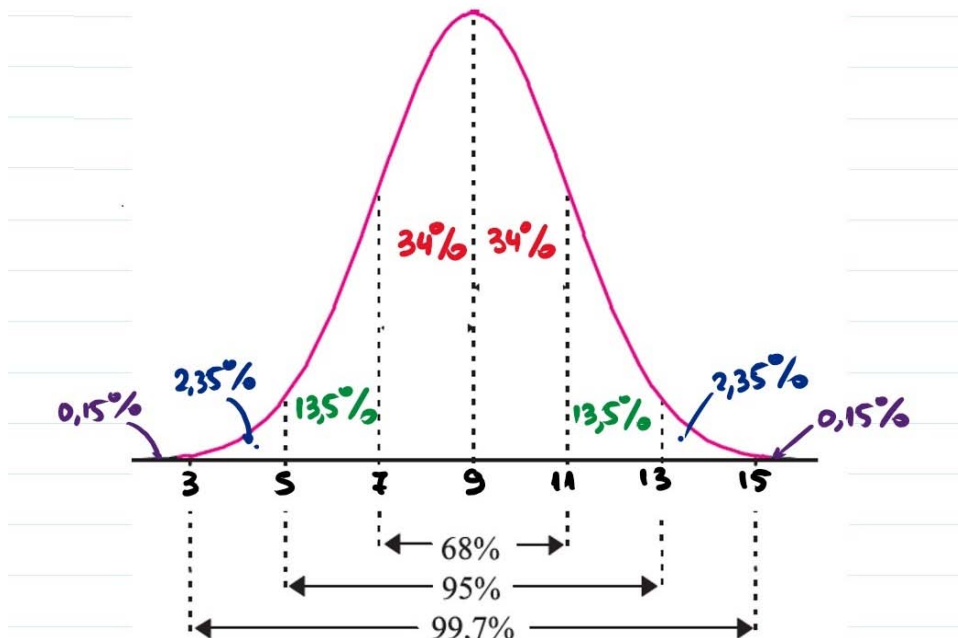
Δ1. Πρέπει $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$, άρα $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

$$f'(x) = \left(\frac{x}{x+1} \right)' = \frac{(x)' \cdot (x+1) - x \cdot (x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{1 \cdot (x+1) - x \cdot 1}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}, x \neq -1$$

Δ2. $f'(2) = \frac{1}{(2+1)^2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$, άρα $\bar{x} = \frac{1}{f'(2)} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9$

$$f'(1) = \frac{1}{(1+1)^2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}, \text{ άρα } s = \frac{1}{2 \cdot f'(1)} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

Δ3.



Στο χρονικό διάστημα (5 , 11) αντιστοιχεί το :

$34\% + 34\% + 13,5\% = 81,5\%$ των μαθητών

δηλαδή $\frac{81,5}{100} \cdot 2000 = 81,5 \cdot 20 = \boxed{1630 \text{ μαθητές}}$

Σε χρόνο πάνω από 15 λεπτά αντιστοιχεί το 0,15% των μαθητών

δηλαδή $\frac{0,15}{100} \cdot 2000 = 0,15 \cdot 20 = \boxed{3 \text{ μαθητές}}$

Δ2. Αν ο χρόνος επιστροφής κάθε μαθητή αυξηθεί κατά 3 λεπτά, τότε η μέση τιμή θα αυξηθεί κατά 3 μονάδες, ενώ η τυπική απόκλιση θα παραμείνει σταθερή, δηλαδή

$\bar{x}' = \bar{x} + 3 = 9 + 3 \Rightarrow \boxed{\bar{x}' = 12}$ και

$s' = s \Rightarrow \boxed{s' = 2}$