

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A1. $\rightarrow \beta$, A2. $\rightarrow \gamma$, A3. $\rightarrow \alpha$, A4. $\rightarrow \gamma$

A5. $\alpha \rightarrow$ Λάθος, $\beta \rightarrow$ Σωστό, $\gamma \rightarrow$ Λάθος, $\delta \rightarrow$ Σωστό, $\delta \rightarrow$ Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστό το ii

Αιτιολόγηση

Αρχικά ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται:

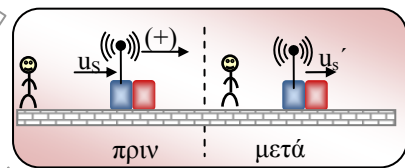
$$f_1 = \frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi} + u_s} f_s = \frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi} + \frac{u_{\eta\chi}}{20}} f_s = \frac{u_{\eta\chi}}{\frac{21u_{\eta\chi}}{20}} f_s \Rightarrow f_1 = \frac{20}{21} f_s$$

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο για την κρούση των Σ_1, Σ_2 .

$$\vec{p}_{\text{αρχ.}} = \vec{p}_{\text{τελ.}} \Rightarrow m \cdot u_s = (m + m)u_s' \Rightarrow u_s' = \frac{m \cdot u_s}{2m} = \frac{u_s}{2} = \frac{u_{\eta\chi}}{40}$$

$$\text{Οπότε: } f_2 = \frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi} + u_s} f_s = \frac{u_{\eta\chi}}{u_{\eta\chi} + \frac{u_{\eta\chi}}{40}} f_s = \frac{u_{\eta\chi}}{\frac{41u_{\eta\chi}}{40}} f_s \Rightarrow f_2 = \frac{40}{41} f_s$$

$$\text{Άρα: } \frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{20}{21} f_s}{\frac{40}{41} f_s} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{41}{42}$$



B2. Σωστό το iii

Αιτιολόγηση

Από την εξίσωση της συνέχειας για τα σημεία Δ, Γ έχουμε:

$$\Pi_1 = \Pi_2 \Rightarrow A_1 u_1 = A_2 u_2 \Rightarrow 2A_2 u_1 = A_2 u_2 \Rightarrow u_2 = 2u_1$$

Αφού η ποσότητα του υγρού στο δοχείο παραμένει σταθερή θα ισχύει: $V_{\text{υγρ. (εισ.)}} = V_{\text{υγρ. (εξερ.)}} \Rightarrow \Pi_2 = \Pi_3$

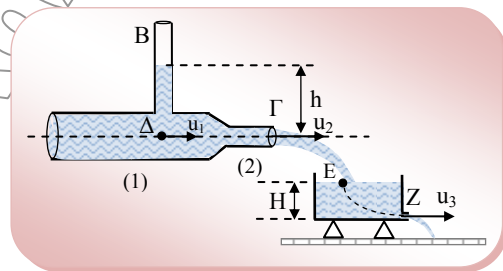
$$\Rightarrow A_2 u_2 = A_3 u_3 \Rightarrow A_2 u_2 = \frac{A_2}{2} u_3 \Rightarrow u_3 = 2u_2 = 4u_1$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli για τα σημεία (Δ) και (Γ) που ανήκουν στην ίδια ρευματική γραμμή:

$$p_\Delta + \frac{1}{2} \rho \cdot u_1^2 = p_\Gamma + \frac{1}{2} \rho \cdot u_2^2 \quad (1)$$

Το υγρό του κατακόρυφου σωλήνα πάνω από το σημείο Δ ισορροπεί, οπότε:

$$p_\Delta = p_{\text{atm}} + \rho gh \quad \text{και} \quad p_\Gamma = p_{\text{atm}}$$



Οπότε η (1) γίνεται: $p_{\text{atm}} + \rho gh + \frac{1}{2}\rho \cdot u_1^2 = p_{\text{atm}} + \frac{1}{2}\rho \cdot u_2^2 \Rightarrow \rho gh + \frac{1}{2}\rho \cdot u_1^2 = \frac{1}{2}\rho \cdot 4u_1^2 \Rightarrow$

$$\rho gh = \frac{3}{2}\rho \cdot u_1^2 \Rightarrow h = \frac{3u_1^2}{2g} \quad (2)$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli για τα σημεία (E) και (Z) της ίδιας ρευματικής γραμμής: $p_E + \frac{1}{2}\rho \cdot u_E^2 + \rho gH = p_Z + \frac{1}{2}\rho \cdot u_3^2 \xrightarrow{p_E=p_Z=p_{\text{atm}}} \rho gH = \frac{1}{2}\rho \cdot u_3^2 \xrightarrow{u_3=4u_1}$

$$gH = \frac{1}{2} \cdot 16u_1^2 \Rightarrow H = \frac{8u_1^2}{g} \quad (3)$$

Με διαίρεση κατά μέλη των (2), (3) έχουμε: $\frac{h}{H} = \frac{\frac{3u_1^2}{2g}}{\frac{8u_1^2}{g}} \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}$

B3. Σωστό το ii

Αιτιολόγηση

Θ.Μ.Κ.Ε για τη ράβδο από τη θέση ΟΑ στην ΟΔ.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{(O\Delta)} - K_{(O\Lambda)} = W_{\text{TF}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}I \cdot \omega^2 - 0 = W_{\text{TF}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} ML^2 \omega^2 = FL \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{ML\omega^2}{6} = \frac{F\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{3 \cdot 1 \cdot \omega^2}{6} = \frac{9\pi^2}{2} \Rightarrow \omega = 3\pi \text{ rad/s}$$

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Στροφορμής για την κρούση.

$$\vec{L}_{\text{αρχ.}} = \vec{L}_{\text{τελ.}} \Rightarrow I_p \cdot \omega = I_{\text{συστ.}} \cdot \omega' \Rightarrow \frac{1}{3} ML^2 \omega = \left(\frac{1}{3} ML^2 + mL^2 \right) \omega' \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 1^2 \cdot 3\pi = \left(\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 1^2 + 1 \cdot 1^2 \right) \omega' \Rightarrow$$

$$3\pi = 2\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{3\pi}{2} \text{ rad/s}$$

Το σύστημα ράβδος – σώμα μετά την κρούση θα εκτελέσει ομαλή στροφική κίνηση με $\omega' = \frac{3\pi}{2} \text{ rad/s}$.

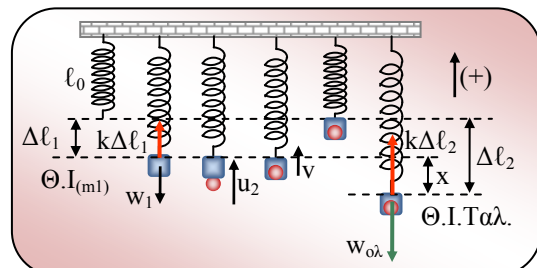
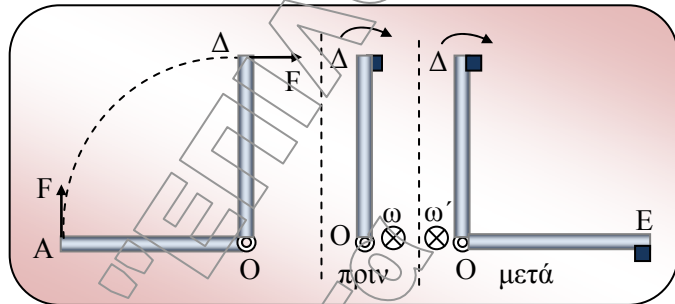
$$\text{Οπότε: } \Delta\phi = \omega' \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{3} \text{ s}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Στη Θ.Ι_(m1) έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow k \cdot \Delta\ell_1 = m_1 \cdot g \Rightarrow k = \frac{m_1 \cdot g}{\Delta\ell_1} \Rightarrow$$

$$k = \frac{1 \cdot 10}{0,05} \Rightarrow k = 200 \text{ N/m}$$



Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση, θα εκτελέσει α.α.τ. Θα βρούμε τη θέση ισορροπίας ταλάντωσης (Θ.Ι.Ταλ.)

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow k \cdot \Delta \ell_2 = (m_1 + m_2)g \Rightarrow \Delta \ell_2 = \frac{(1+1) \cdot 10}{200} \Rightarrow \Delta \ell_2 = 0,1 \text{ m}$$

Αφού το συσσωμάτωμα μετά την κρούση φτάνει μέχρι τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, αυτή θα είναι η ακραία θέση της ταλάντωσης. Άρα $A = \Delta \ell_2 = 0,1 \text{ m}$

Γ2. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ε.Τ για τη θέση που έγινε η κρούση.

$$E_{\text{ταλ.}} = K + U_{\text{ταλ.}} \Rightarrow \frac{1}{2} k \cdot A^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 + \frac{1}{2} k \cdot x^2 \Rightarrow k \cdot A^2 = (m_1 + m_2) v^2 + k \cdot (\Delta \ell_2 - \Delta \ell_1)^2 \Rightarrow$$

$$200 \cdot 0,1^2 = 2v^2 + 200 \cdot 0,05^2 \Rightarrow 2v^2 = 2 - 0,5 \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/s}$$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο για την κρούση.

$$\vec{p}_{\text{αρχ.}} = \vec{p}_{\text{τελ.}} \Rightarrow m_2 \cdot u_2 = (m_1 + m_2) \cdot v \Rightarrow 1 \cdot u_2 = (1+1) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow u_2 = \sqrt{3} \text{ m/s}$$

$$\text{Οπότε: } K_2 = \frac{1}{2} m_2 \cdot u_2^2 = \frac{1}{2} 1 \cdot (\sqrt{3})^2 \Rightarrow K_2 = 1,5 \text{ J}$$

$$\text{Γ3. } \Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2(\text{τελ.})} - \vec{p}_{2(\text{αρχ.})} \Rightarrow \Delta p_2 = m_2 \cdot v - m_2 \cdot u_2 = m_2(v - u_2) \Rightarrow \Delta p_2 = 1 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \right) \Rightarrow$$

$$\Delta p_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$

Το πρόσημο (-) μας δηλώνει πως η κατεύθυνση του διανύσματος της μεταβολής της ορμής είναι αντίθετη από τη θετική που έχουμε ορίσει. Συνεπώς θα είναι:

$$|\Delta p_2| = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ Kg} \cdot \text{m/s} \text{ με κατεύθυνση κατακόρυφη προς τα κάτω.}$$

Γ4. Το συσσωμάτωμα ξεκινάει την ταλάντωσή του στη θέση $x = +0,05 \text{ m}$ με θετική ταχύτητα, συνεπώς η εξίσωση ταλάντωσης θα είναι της μορφής: $x = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0)$

$$D = k = (m_1 + m_2) \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{200}{1+1}} \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$

Για $t = 0$, $x = 0,05 \text{ m}$.

$$0,05 = 0,1 \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow \eta \mu \varphi_0 = \frac{1}{2} = \eta \mu \frac{\pi}{6} \begin{cases} \varphi_0 = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k=0} \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \\ \varphi_0 = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k=0} \varphi_0 = \frac{5\pi}{6} \text{ rad} \end{cases}$$

Αλλά πρέπει $u > 0 \Rightarrow \omega A \sigma \nu \varphi_0 > 0 \Rightarrow \sigma \nu \varphi_0 > 0$

$$\text{Οπότε } \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\text{Άρα } x = 0,1 \eta \mu \left(10t + \frac{\pi}{6} \right), \text{ (S.I.)}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για την ισορροπία του σώματος Σ έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T - w_\Sigma = 0 \Rightarrow T = w_\Sigma = m_\Sigma \cdot g \Rightarrow T = 2 \cdot 10 = 20 \text{ N}$$

Για την ισορροπία της τροχαλίας έχουμε:

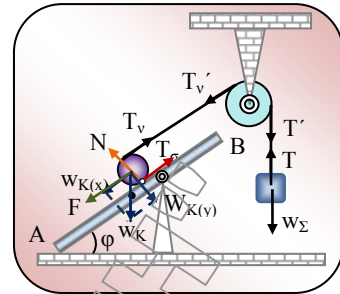
$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow T' \cdot R_T - T_v' \cdot R_T = 0 \Rightarrow T' = T_v' = 20 \text{ N}$$

Για την στροφική ισορροπία του κυλίνδρου έχουμε:

$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow T_v \cdot R_K - T_\sigma \cdot R_K = 0 \Rightarrow T_v = T_\sigma = 20 \text{ N}$$

Για την μεταφορική ισορροπία του κυλίνδρου έχουμε:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_v + T_\sigma - w_{K(x)} - F = 0 \Rightarrow F = T_v + T_\sigma - M_K \cdot g \cdot \sin \varphi = 20 + 20 - 2 \cdot 10 \cdot 0,5 \Rightarrow \mathbf{F = 30 \text{ N}}$$



Δ2. Ο κύλινδρος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση, συνεπώς $u_{cm} = \omega \cdot R_K$

Για το σημείο Z του κυλίνδρου: $u_Z = u_{cm} + \omega \cdot R_K \Rightarrow u_Z = 2u_{cm}$

$$\text{Και } \frac{du_Z}{dt} = 2 \frac{du_{cm}}{dt} \Rightarrow a_Z = 2a_{cm}$$

Επειδή το νήμα είναι ιδανικό, όλα του τα σημεία θα έχουν την ίδια ταχύτητα, την ίδια επιτάχυνση και στα άκρα του θα ασκεί ίσες δυνάμεις. Οπότε θα είναι: $a_Z = a_{ε(τροχ)} = a_\Sigma$, $T_1' = T_1$, $T_2' = T_2$ και για την τροχαλία $a_{γων(τροχ)} \cdot R_T = a_\Sigma$

$$\text{Για το } \Sigma: \Sigma F = M_\Sigma \cdot a \Rightarrow w_\Sigma - T_1 = M_\Sigma \cdot a \quad (1)$$

Για την τροχαλία:

$$\Sigma \tau = I_{τροχ} \cdot a_{γων(τροχ)} \Rightarrow (T_1' - T_2') \cdot R_T = \frac{1}{2} M_T \cdot R_T^2 \cdot a_{γων(τροχ)} \Rightarrow T_1' - T_2' = \frac{1}{2} M_T \cdot R_T \cdot a_{γων(τροχ)} \Rightarrow$$

$$T_1 - T_2 = \frac{1}{2} M_T \cdot a_\Sigma \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow w_\Sigma - T_1 + T_1 - T_2 = M_\Sigma \cdot a + \frac{1}{2} M_T \cdot a_\Sigma \Rightarrow w_\Sigma - T_2 = (M_\Sigma + \frac{M_T}{2}) \cdot a_\Sigma \quad (3)$$

Για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου:

$$\Sigma F_x = M_K \cdot a_{cm} \Rightarrow T_2 + T_\sigma' - w_{K(x)} = M_K \cdot a_{cm} \Rightarrow T_2 + T_\sigma' - w_{K(x)} = M_K \cdot \frac{a_\Sigma}{2} \quad (4)$$

Για τη στροφική κίνηση του κυλίνδρου:

$$\Sigma \tau_{(K)} = I_K \cdot a_{γων(κυλ)} \Rightarrow T_2 \cdot R_K - T_\sigma' \cdot R_K = \frac{1}{2} M_K \cdot R_K^2 \cdot a_{γων(κυλ)} \Rightarrow T_2 - T_\sigma' = \frac{1}{2} M_K \cdot a_{cm} \Rightarrow$$

$$T_2 - T_\sigma' = \frac{1}{2} M_K \cdot \frac{a_\Sigma}{2} \Rightarrow T_2 - T_\sigma' = M_K \cdot \frac{a_\Sigma}{4} \quad (5)$$

$$(4) + (5) \Rightarrow T_2 + T_\sigma' - w_{K(x)} + T_2 - T_\sigma' = M_K \cdot \frac{a_\Sigma}{2} + M_K \cdot \frac{a_\Sigma}{4} \Rightarrow 2T_2 - w_{K(x)} = M_K \cdot \frac{3a_\Sigma}{4} \Rightarrow$$

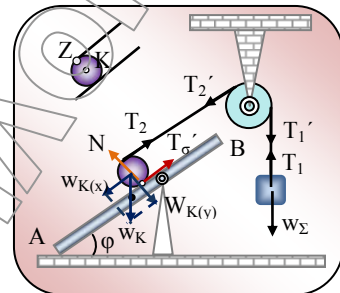
$$T_2 - \frac{w_{K(x)}}{2} = M_K \cdot \frac{3a_\Sigma}{8} \quad (6)$$

$$(3) + (6) \Rightarrow w_\Sigma - T_2 + T_2 - \frac{w_{K(x)}}{2} = (M_\Sigma + \frac{M_T}{2}) \cdot a_\Sigma + M_K \cdot \frac{3a_\Sigma}{8} \Rightarrow$$

$$w_\Sigma - \frac{w_{K(x)}}{2} = (M_\Sigma + \frac{M_T}{2} + \frac{3M_K}{8}) \cdot a_\Sigma \Rightarrow 20 - 5 = (2 + 1 + 0,75) \cdot a_\Sigma \Rightarrow 15 = 3,75 \cdot a_\Sigma \Rightarrow \mathbf{a_\Sigma = 4 \text{ m/s}^2}$$

$$a_{cm} = \frac{a_\Sigma}{2} \Rightarrow \mathbf{a_{cm} = 2 \text{ m/s}^2}$$

Δ3. Τη χρονική στιγμή t_1 , ο κύλινδρος έχει ταχύτητα:



$$u_{cm} = a_{cm} \cdot t_1 = \frac{a_s}{2} \cdot t_1 = 2 \cdot 0,5 \Rightarrow u_{cm} = 1 \text{ m/s}$$

Μετά την κοπή του νήματος στον κύλινδρο ενεργούν οι δυνάμεις του διπλανού σχήματος. Θα είναι:

$$\text{Μεταφορική κίνηση: } \Sigma F_x = M_K \cdot a_{cm}' \Rightarrow T_{\sigma''} - w_{K(x)} = M_K \cdot a_{cm}' \quad (7)$$

Στροφοική κίνηση:

$$\Sigma \tau_{(K)} = I_K \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu(K)} \Rightarrow -T_{\sigma''} \cdot R_K = \frac{1}{2} M_K \cdot R_K^2 \cdot \alpha'_{\gamma\omega\nu(K)} \Rightarrow$$

$$-T_{\sigma''} = \frac{1}{2} M_K \cdot a_{cm}' \quad (8)$$

$$(7) + (8) \Rightarrow T_{\sigma''} - w_{K(x)} - T_{\sigma''} = M_K \cdot a_{cm}' + \frac{1}{2} M_K \cdot a_{cm}' \Rightarrow -w_{K(x)} = \frac{3}{2} M_K \cdot a_{cm}' \Rightarrow$$

$$M_K \cdot g \cdot \eta \mu \varphi = \frac{3}{2} M_K \cdot a_{cm}' \Rightarrow a_{cm}' = -\frac{2g\eta \mu \varphi}{3} \Rightarrow a_{cm}' = -\frac{10}{3} \text{ m/s}^2$$

Ο κύλινδρος εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

$$\text{Όταν σταματήσει στιγμιαία θα είναι } u_{cm}' = 0 \Rightarrow u_{cm} - |a_{cm}'| \Delta t = 0 \Rightarrow 1 - \frac{10}{3} \Delta t = 0 \Rightarrow \Delta t = 0,3 \text{ s}$$

$$\text{Άρα } t_2 = t_1 + \Delta t = 0,5 + 0,3 \Rightarrow t_2 = 0,8 \text{ s}$$

Δ4. Ο κύλινδρος τη χρονική στιγμή t_1 έχει μετατοπιστεί κατά:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a_{cm} \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 0,5^2 \Rightarrow \Delta x = 0,25 \text{ m}$$

$$\text{Στο χρονικό διάστημα } \Delta t = t_2 - t_1 \text{ μετατοπίστηκε επιπλέον κατά } \Delta x' = u_{cm} \cdot \Delta t - \frac{1}{2} |a_{cm}'| \Delta t^2 =$$

$$1 \cdot 0,3 - \frac{1}{2} \frac{10}{3} 0,3^2 \Rightarrow \Delta x' = 0,15 \text{ m} \quad \text{Οπότε } \Delta x_{\text{ολ}} = \Delta x + \Delta x' = 0,25 + 0,15 \Rightarrow \Delta x_{\text{ολ}} = 0,4 \text{ m}$$

Δ5. Έστω πως η σανίδα είναι «έτοιμη» να ανατραπεί όταν ο κύλινδρος απέχει απόσταση x από το σημείο Γ .

Τότε η δύναμη στήριξης του δαπέδου στο σημείο A θα είναι $N_\delta = 0$.

Ο κύλινδρος στη διεύθυνση $y'y$ ισορροπεί οπότε:

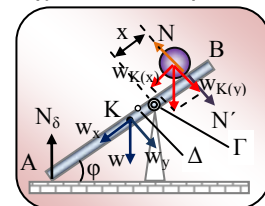
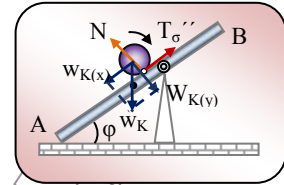
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - w_{K(y)} = 0 \Rightarrow N = w_{K(y)} = M_K \cdot g \cdot \sin \varphi$$

$$\text{Η ράβδος δεν στρέφεται, οπότε: } \Sigma \tau_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow w_y(K\Gamma) - N' \cdot x = 0 \Rightarrow$$

$$M \cdot g \cdot \sin \varphi \cdot (K\Gamma) - M_K \cdot g \cdot \sin \varphi \cdot x = 0 \Rightarrow 2 \cdot 0,5 = 2 \cdot x \Rightarrow x = 0,5 \text{ m}$$

Δηλαδή η σανίδα θα ανατραπεί όταν ο κύλινδρος βρεθεί σε θέση 0,5 m από το Γ ή μεγαλύτερη.

Αλλά βρήκαμε πως ο κύλινδρος ακινητοποιείται (στιγμιαία) αφού διατρέξει $\Delta x_{\text{ολ}} = 0,4 \text{ m}$ πάνω από το Δ . Δηλ. $0,4 - (\Gamma\Delta) = 0,4 - 0,2 = 0,2 \text{ m}$ πάνω από το Γ . Κι αφού $0,2 \text{ m} < 0,5 \text{ m}$, η σανίδα **δεν ανατρέπεται**.



Επιμέλεια απαντήσεων:

Λογιώτης Σταύρος

Οικονόμου Θανάσης

Γρουσουζάκου Γιώτα

Λαζάρου Γεωργία

Φυσικοί

Φροντιστήριο Μ.Ε «ΕΠΙΛΟΓΗ» - Καλαμάτα

<http://www.epil.gr>