

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2016 - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελ. 28

A2. Σχολικό βιβλίο σελ. 13

A3. Σχολικό βιβλίο σελ. 92

A4. α – σωστό, β – λάθος, γ – λάθος, δ – σωστό, ε – λάθος.

ΘΕΜΑ Β

B1.  $f(1) = 2 \Leftrightarrow \sqrt{1+\alpha} = 2 \Leftrightarrow 1+\alpha = 4 \Leftrightarrow \alpha = 3$ .

B2. Για  $\alpha = 3$  είναι  $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$ ,  $x \in \mathbb{R}$

$$\text{και } f'(x) = \left( \sqrt{x^2 + 3} \right)' = \frac{(x^2 + 3)'}{2\sqrt{x^2 + 3}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 3}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

έστω  $y = \lambda x + \kappa$  είναι η εξίσωση της εφαπτομένης  $\lambda, \kappa \in \mathbb{R}$ .

$$\text{Είναι } \lambda = f'(1) = \frac{1}{2} \text{ και } f(1) = 2.$$

Σημείο επαφής είναι το  $A(1, f(1)) = (1, 2)$ .

$$A \in \text{εφαπτ.} \Leftrightarrow 2 = \lambda \cdot 1 + \kappa \Leftrightarrow 2 = \frac{1}{2} + \kappa \Leftrightarrow \kappa = \frac{3}{2}.$$

Άρα  $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$  είναι η εξίσωση της εφαπτομένης.

$$B3. f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

$$\bullet f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

$$\bullet f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 0 \text{ και } f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < 0$$

(αφού  $\sqrt{x^2 + 3} > 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  .

Άρα η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $(-\infty, 0]$  και γνησίως αύξουσα στο  $[0, +\infty)$ .

Παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για  $x = 0$  το  $f(0) = \sqrt{3}$  .

$$\begin{aligned} \text{B4. } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x - 1} \stackrel{(0/0)}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{x^2 + 3 - 4}{\sqrt{x^2 + 3} + 2}}{x - 1} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + 3} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 3} + 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

### ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι  $f'(1) = \varepsilon\varphi 45^\circ \Leftrightarrow f'(1) = 1$ .

$$f'(x) = (-x^2 + 3\alpha x + 2)' = -2x + 3\alpha, \quad x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Άρα } f'(1) = 1 \Leftrightarrow -2 + 3\alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = 1.$$

Γ2. Για  $\alpha = 1$  είναι  $f(x) = -x^2 + 3x + 2$  και  $f'(x) = -2x + 3, x \in \mathbb{R}$  .

Έστω  $y = \lambda x + \kappa$  είναι η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο

$$B(2, f(2)) = (2, 4).$$

$$\text{Είναι } \lambda = f'(2) = -1.$$

$$B \in \text{εφαπτ.} \Leftrightarrow 4 = \lambda \cdot 2 + \kappa \stackrel{\lambda = -1}{\Leftrightarrow} 4 = -2 + \kappa \Leftrightarrow \kappa = 6.$$

Άρα  $y = -x + 6$  είναι η εξίσωση της εφαπτομένης.

Γ3. • Για  $x = 0$  είναι  $y = 6$

• Για  $y = 0$  είναι  $x = 6$

Σημείο τομής της ευθείας με τον  $y'y$  είναι το  $\Delta(0, 6)$  και με τον  $x'x$  είναι το  $E(6, 0)$ .

Το τρίγωνο  $O\Delta E$  είναι ορθογώνιο στο  $O$ .

$$\text{Άρα } (O\Delta E) = \frac{1}{2} \cdot (O\Delta) \cdot (OE) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 = 18 \text{ τ.μ.}$$

### ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Οι παρατηρήσεις με σειρά μεγέθους είναι:

0, 1, 1, 1, 2, 3, 3,  $\underbrace{4, \dots, 4}_{v_5 \text{ φορές}}, x_6$

1<sup>η</sup> περίπτωση:

0, 1, 1, 1, 2,  $\underbrace{(3)}_{\delta}, 3, \underbrace{4, \dots, 4}_{v_5 \text{ φορές}}, x_6$

Ισχύει:  $5 = 2 + v_5 \Leftrightarrow v_5 = 3$

Άρα  $v = 1 + 3 + 1 + 2 + 3 + 1 \Leftrightarrow v = 11$ .

2<sup>η</sup> περίπτωση:

0, 1, 1, 1, 2, 3,  $\underbrace{(3)}_{\delta}, \underbrace{4, \dots, 4}_{v_5 \text{ φορές}}, x_6$

Ισχύει:  $6 = v_5 + 1 \Leftrightarrow v_5 = 5$

Άρα  $v = 1 + 3 + 1 + 2 + 5 + 1 \Leftrightarrow v = 13$ .

3<sup>η</sup> περίπτωση:

0, 1, 1, 1, 2,  $\underbrace{(3, 3)}_{\delta}, \underbrace{4, \dots, 4}_{v_5 \text{ φορές}}, x_6$   

$$\delta = \frac{3+3}{2} = 3$$

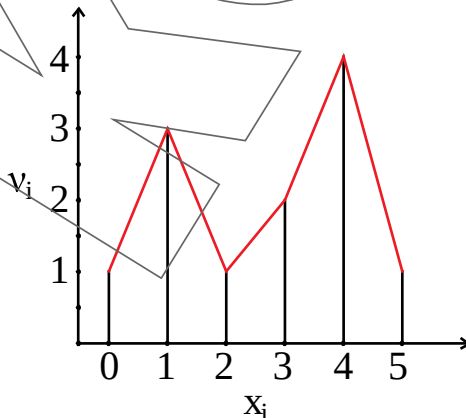
Ισχύει:  $5 = v_5 + 1 \Leftrightarrow v_5 = 4$

Άρα  $v = 1 + 3 + 1 + 2 + 4 + 1 \Leftrightarrow v = 12$ .

**Δ2.α.** Είναι  $1 + 3 + 1 + 2 + v_5 + 1 = 12 \Leftrightarrow v_5 = 4$ .

$$\begin{aligned} \bar{x} = \frac{8}{3} &\Leftrightarrow \frac{1}{v} \sum_{i=1}^6 x_i \cdot v_i = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^6 x_i \cdot v_i = \frac{8}{3} \cdot 12 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 + x_6 \cdot 1 = 32 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 27 + x_6 = 32 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x_6 = 5. \end{aligned}$$

**β.**



**Δ3.** Με τα νέα δεδομένα έχουμε 2 οικογένειες με 1 παιδί και 3 με 2 παιδιά.

Έτσι είναι  $x_1 = 1$  και  $v_1 = 2$ ,  $x_2 = 2$  και  $v_2 = 3$ ,  $x_3 = 3$  και  $v_3 = 2$ ,

$x_4 = 4$  και  $v_4 = 4$ ,  $x_5 = 5$  και  $v_5 = 1$ .

Συνεπώς  $\bar{x}' = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 1}{12} \Leftrightarrow \bar{x}' = \frac{35}{12}$  είναι η νέα μέση τιμή.

**ΚΟΥΡΤΟΓΛΟΥ ΘΕΑΓΕΝΗΣ**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ – ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΣ**

**SCIENCE PRESS** Στοιχειοθεσίες επιστημονικών κειμένων τηλ. 6974547422