

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')
ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2015 - ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ
ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

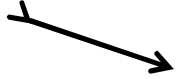
- A1.** Σχολικό βιβλίο σελίδα 31
A2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 22
A3. Σχολικό βιβλίο σελίδα 87
A4. α. Λάθος, β. Σωστό, γ. Λάθος, δ. Λάθος, ε. Σωστό.

ΘΕΜΑ Β

B1. $f(x) = x^3 - 3x + 4$

$f'(x) = 3x^2 - 3$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x) = 3x^2 - 3$	+	○	○	+
f(x)				

Τ.μεγ.

Τ.ελ.

ΤΟΠΙΚΟ ΜΕΓΙΣΤΟ : $f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 4 = -1 + 3 + 4 = 6$

ΤΟΠΙΚΟ ΕΛΑΧΙΣΤΟ : $f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1 + 4 = 1 - 3 + 4 = 2$

B2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)(x+1)}{\cancel{x-1}} = \lim_{x \rightarrow 1} (3x + 3) = 6$

B3. Είναι $f(2) = 6$ και $f'(2) = 9$

$$(\epsilon) : y - f(2) = f'(2) \cdot (x - 2) \Leftrightarrow (\epsilon) : y - 6 = 9(x - 2) \Leftrightarrow$$

$$(\epsilon) : y - 6 = 9x - 18 \Leftrightarrow (\epsilon) : y = 9x - 12$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Κλάσεις	$f_i\%$	f_i	x_i	$x_i f_i$
[8 , 10)	10	0,1	9	0,9
[10 , 12)		x	11	11x
[12 , 14)	30	0,3	13	3,9
[14 , 16)		$y = 0,3 - x$	15	$4,5 - 15x$
[16, 18)	30	0,3	17	5,1
Σύνολα	100	1		14,4 - 4x

- Το 10% των παρατηρήσεων είναι μικρότερες του 10, άρα $f_1\% = 10$.
- Το 30% των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερες ή ίσες του 16
άρα $f_5\% = 30$.
- $\alpha_3 = 108^\circ \Leftrightarrow f_3 \cdot 360^\circ = 108^\circ \Leftrightarrow f_3 = 0,3 \Leftrightarrow f_3\% = 30$
- $\sum f_i = 1 \Leftrightarrow 0,1 + x + 0,3 + y + 0,3 = 1 \Leftrightarrow y = 0,3 - x$
- $\bar{x} = \sum x_i f_i \Leftrightarrow 14 = 14,4 - 4x \Leftrightarrow 4x = 0,4 \Leftrightarrow x = 0,1$
άρα $f_2 = 0,1$, $f_4 = 0,2$ και $f_2\% = 10$, $f_4\% = 20$

Γ2.

Κλάσεις	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
[8 , 10)	9	-5	25	2,5
[10 , 12)	11	-3	9	0,9
[12 , 14)	13	-1	1	0,3
[14 , 16)	15	1	1	0,2
[16, 18)	17	3	9	2,7
Σύνολο				6,6

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} = \sum (x_i - \bar{x})^2 f_i = 6,6 \text{ και } s = \sqrt{s^2} = \sqrt{6,6} \cong 2,57$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2,57}{14} = 0,1836 = 18,36\% > 10\%$$

άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

$$\begin{aligned} \Gamma 3. \bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^5 x_i v_i}{v} \Leftrightarrow 14 = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i + x_5 v_5}{v} \Leftrightarrow 14 = \frac{1780 + 17v_5}{v} \quad v_5 = 0,3v \\ 14 &= \frac{1780 + 17 \cdot 0,3v}{v} \Leftrightarrow 14v = 1780 + 5,1v \Leftrightarrow 8,9v = 1780 \Leftrightarrow \\ v &= \frac{1780}{8,9} \Leftrightarrow v = 200 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Φέρνουμε τη διαγώνιο ΔΒ, η οποία είναι και διάμετρος. Πυθαγόρειο θεώρημα στο ΑΔΒ

$$y^2 = 10^2 - x^2 = 100 - x^2, \text{ άρα}$$

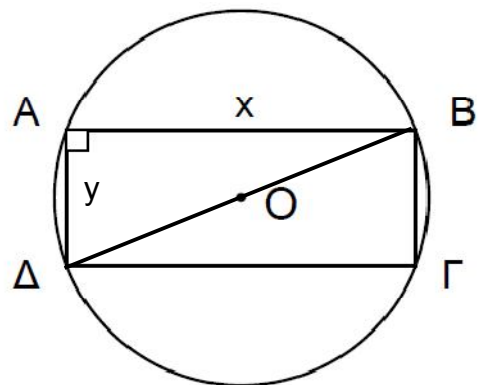
$$y = \sqrt{100 - x^2}$$

$$(ΑΒΓΔ) = x \cdot y \Leftrightarrow$$

$$f(x) = x \cdot \sqrt{100 - x^2}, \quad 0 < x < 10 \text{ διότι}$$

$$\bullet x > 0$$

$$\bullet y > 0 \Leftrightarrow \sqrt{100 - x^2} > 0 \Leftrightarrow 100 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x^2 < 100 \Leftrightarrow x < 10$$



$$\begin{aligned} \Delta 2. f'(x) &= (x \cdot \sqrt{100 - x^2})' = (x)' \cdot \sqrt{100 - x^2} + x \cdot (\sqrt{100 - x^2})' \\ &= \sqrt{100 - x^2} + x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{100 - x^2}} = \sqrt{100 - x^2} + \frac{-x^2}{\sqrt{100 - x^2}} \\ &= \frac{(\sqrt{100 - x^2})^2 - x^2}{\sqrt{100 - x^2}} = \frac{100 - x^2 - x^2}{\sqrt{100 - x^2}} = \frac{100 - 2x^2}{\sqrt{100 - x^2}}, \quad 0 < x < 10 \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{100 - 2x^2}{\sqrt{100 - x^2}} = 0 \Leftrightarrow 100 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 100 \Leftrightarrow$$

$$x^2 = 50 \stackrel{x > 0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{50} \Leftrightarrow x = 5\sqrt{2}$$

x	0	$5\sqrt{2}$	10
f'(x)		+	⊖
f(x)		↗	↘

Η f παρουσιάζει μέγιστο για $x = 5\sqrt{2}$ και
 $y = \sqrt{100 - (5\sqrt{2})^2} = \sqrt{100 - 50} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} = x$
 άρα το **ΑΒΓΔ** είναι τετράγωνο.

Δ3. $\kappa = f'(6) = \frac{100 - 2 \cdot 6^2}{\sqrt{100 - 6^2}} = \frac{28}{8}$, άρα $\kappa = \frac{7}{2}$

Το $(6, f(6))$ ανήκει στην ευθεία, άρα $f(6) = 6\kappa + \lambda \Leftrightarrow$

$$6 \cdot \sqrt{100 - 6^2} = 6 \cdot \frac{7}{2} + \lambda \Leftrightarrow 48 = 21 + \lambda \Leftrightarrow \lambda = 27$$

Δ4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+x) - \sqrt{99}}{98x} = \frac{1}{98} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+x) - f(1)}{x} = \frac{1}{98} \cdot f'(1)$

$$= \frac{1}{98} \cdot \frac{100 - 2}{\sqrt{100 - 1}} = \frac{1}{98} \cdot \frac{98}{\sqrt{99}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{99}} \text{ ή } \frac{\sqrt{99}}{99}$$

Επιμέλεια απαντήσεων: Φροντιστήρια «Κελάφας»