

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΜΑΪΟΥ 2015
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ
ΚΥΚΛΩΝ)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

Θέμα Α

A1 → α, A2 → β, A3 → α, A4 → δ

A5. α. → Λάθος, β. → Λάθος, γ. → Σωστό, δ. → Λάθος, ε. → Σωστό

Θέμα Β

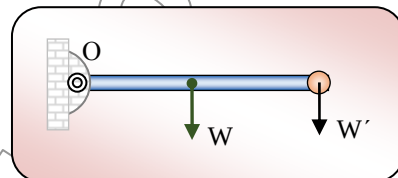
B1. Σωστό το iii

Για το σύστημα ράβδος – m:

$$\Sigma \tau_{(O)} = I_{O\lambda} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow Mg \frac{L}{2} + \frac{M}{2} gL = \left(\frac{1}{3} ML^2 + \frac{M}{2} L^2 \right) \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$$

$$\Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{6g}{5L}$$

$$\text{Για τη ράβδο: } \frac{dL}{dt} = I_p \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{1}{3} ML^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{1}{3} ML^2 \cdot \frac{6g}{5L} \Rightarrow \frac{dL}{dt} = \frac{2}{5} MgL$$



B2. Σωστό το i

Από το σχήμα βλέπουμε πως η φάση των σημείων του μέσου ελαττώνεται με την αύξηση της απόστασης τους από την πηγή. Συνεπώς το κύμα διαδίδεται προς τα θετικά του άξονα x'x.

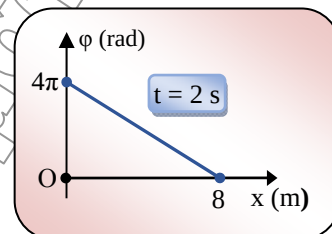
Η εξίσωση του κύματος θα είναι της μορφής:

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad \text{Οπότε: } \varphi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$\text{Για } x = 0: 4\pi = 2\pi \left(\frac{2}{T} - \frac{0}{\lambda} \right) \Rightarrow 2 = \frac{2}{T} \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$

$$\text{Για } x = 8\text{m: } 0 = 2\pi \left(\frac{2}{1} - \frac{8}{\lambda} \right) \Rightarrow 2 = \frac{8}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 4 \text{ m}$$

$$\text{Οπότε η εξίσωση του κύματος θα είναι: } y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{1} - \frac{x}{4} \right) \Rightarrow y = A \sin 2\pi \left(t - \frac{x}{4} \right)$$



B3. Σωστό το iii

Όσο τα σώματα $m_1 - m_2$, βρίσκονται σε επαφή θα ταλαντώνονται με σταθερά

$$D = k = (m_1 + m_2) \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$$

Για την ταλάντωση του m_2 :

Σε μια τυχαία θέση της ταλάντωσής τους θα είναι:

$$\Sigma F_{x(2)} = -D_2 \cdot x \Rightarrow F - W_{2x} = -m_2 \cdot \omega^2 \cdot x \Rightarrow$$

$$F - m_2 \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = -m_2 \cdot \frac{k}{m_1 + m_2} \cdot x \Rightarrow$$

$$F = m_2 \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - m_2 \cdot \frac{k}{m_1 + m_2} \cdot x$$

Για να μην χαθεί η επαφή των σωμάτων θα πρέπει να υπάρχει η δύναμη επαφής F , δηλ. $F \geq 0$

$$\text{Οπότε: } m_2 \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - m_2 \cdot \frac{k}{m_1 + m_2} \cdot x \geq 0 \Rightarrow$$

$$g \cdot \eta\mu\varphi \geq \frac{k}{m_1 + m_2} \cdot x \quad \text{για κάθε } x \text{ με } |x| \leq A.$$

Η κίνηση των σωμάτων από την αρχική θέση ($x = -A$) μέχρι τη Θ.Ι.Τ είναι επιταχυνόμενη με την επιτάχυνση να μικραίνει. Στη Θ.Ι.Τ είναι $a = 0$ και $u = u_{\max}$. Λόγω αδράνειας τα σώματα θα προσπεράσουν τη Θ.Ι.Τ και θα κινούνται επιβραδυνόμενα (με $|a|$ ελαττούμενο) προς τη θέση $x = +A$. Κι αφού $|a|$ ελαττούμενο, η δύναμη επαφής F συνεχώς θα μικραίνει ($W_x = \text{σταθ.}$). Στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, η $F_{ελ} = 0$ στιγμιαία και τα σώματα θα έχουν επιβράδυνση (γημφ) λόγω της συνιστώσας του βάρους τους W_x . Αν έχουν ταχύτητα, θα προσπεράσουν αυτή τη θέση, το ελατήριο θα αρχίσει να επιμηκύνεται κι αφού είναι δεμένο στο m_1 , θα επιβραδύνει επιπλέον το m_1 , ενώ το m_2 θα επιβραδύνεται λόγω της συνιστώσας του βάρους του W_{2x} . Δηλαδή θα είναι $|a_2| < |a_1|$ και συνεπώς θα αποχωριστούν.

Αρα για να μην χαθεί η επαφή των σωμάτων, θα πρέπει να φτάσουν μέχρι τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου με $u = 0$. Όμως τότε η θέση αυτή θα είναι ακραία και εκεί θα είναι $x = \Delta\ell_0 = +A$.

$$\text{Αρα για } x = A \text{ θα είναι: } g \cdot \eta\mu\varphi \geq \frac{k}{m_1 + m_2} \cdot A \Rightarrow k \cdot A \leq (m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi$$

Θέμα Γ

Γ1. Δίνεται η σχέση $U_E = 8 \cdot 10^{-2}(1 - i^2)$ (1)

Για $U_E = 0$ από την (1) παίρνουμε: $0 = 8 \cdot 10^{-2}(1 - i^2) \Rightarrow 1 - i^2 = 0 \Rightarrow i = \pm 1 \text{ A}$

Αλλά όταν είναι $U_E = 0$, θα είναι $q = 0$ και $i = I$. Άρα $I = 1 \text{ A}$

Για $i = 0$: από την (1) $\Rightarrow U_E = 8 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

$$\text{Αλλά τότε είναι } q = Q \text{ και } U_E = E_{\text{ταλ}} = \frac{1}{2} C \cdot V^2 \Rightarrow C = \frac{2E_{\text{ταλ}}}{V^2} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{40^2} \Rightarrow C = 10^{-4} \text{ F}$$

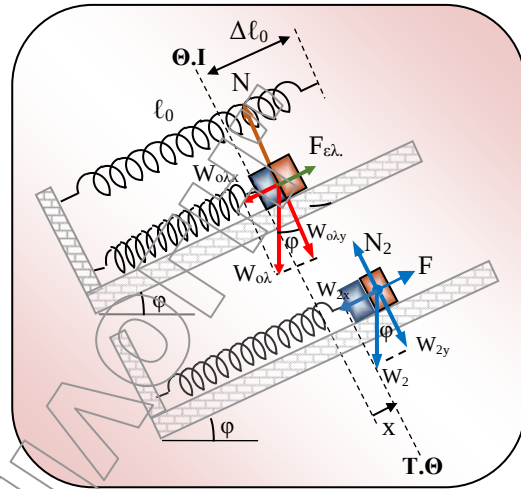
$$\text{Και } Q = CV \Rightarrow Q = 10^{-4} \cdot 40 \Rightarrow Q = 4 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

$$I = \omega \cdot Q \Rightarrow \omega = \frac{I}{Q} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \omega = 250 \text{ rad/s}$$

$$\text{Οπότε: } \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{250} \Rightarrow T = 8\pi \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\text{Γ2. Είναι: } U_E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2 \sin^2(\omega t)}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T} \frac{T}{12}\right)}{C} = \frac{1}{2} \frac{(4 \cdot 10^{-3})^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right)}{10^{-4}} \Rightarrow$$

$$U_E = 6 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$



Γ3. Στο κύκλωμα L – C κάθε στιγμή είναι:

$$v_C = v_L = E_{αντ.} \Rightarrow \frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{q}{LC} = -\omega^2 \cdot q \Rightarrow \left| \frac{di}{dt} \right| = |-\omega^2 \cdot q| \quad (2)$$

Όταν $U_E = 3U_B$:

$$U_E = E_{ταλ} = U_E + U_B \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = U_E + \frac{U_E}{3} = \frac{4U_E}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{4}{3} \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \Rightarrow$$

$$q = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} Q = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \Rightarrow q = \pm 2\sqrt{3} \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

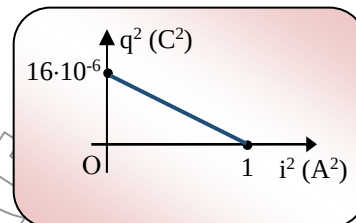
$$\text{Οπότε: } \left| \frac{di}{dt} \right| = |-\omega^2 \cdot q| = | -250^2 \cdot (\pm 2\sqrt{3} \cdot 10^{-3}) | \Rightarrow \left| \frac{di}{dt} \right| = 250\sqrt{3} \text{ A/s}$$

Γ4. $E_{ταλ} = U_E + U_B \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L \cdot i^2 \Rightarrow$

$$q^2 = Q^2 - L \cdot C \cdot i^2 \Rightarrow q^2 = Q^2 - \frac{i^2}{\omega^2} \Rightarrow$$

$$q^2 = 16 \cdot 10^{-6} - 16 \cdot 10^{-6} \cdot i^2, \text{ (S.I)} \quad \mu\epsilon: -1 \leq i \leq 1 \Rightarrow 0 \leq i^2 \leq 1$$

Το διάγραμμα φαίνεται στο διπλανό σχήμα



Θέμα Δ

Δ1. Η σφαίρα εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση. Έστω μια τυχαία θέση Γ της σφαίρας.

Για τη μεταφορική κίνηση εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής και έχουμε:

$$\Sigma F_x = m \cdot a_{cm} \Rightarrow W_x - T_{στ} = m \cdot a_{cm} \Rightarrow m \cdot g \cdot \sin \varphi - T_{στ} = m \cdot a_{cm} \quad (1)$$

Για τη στροφική κίνηση εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής και έχουμε:

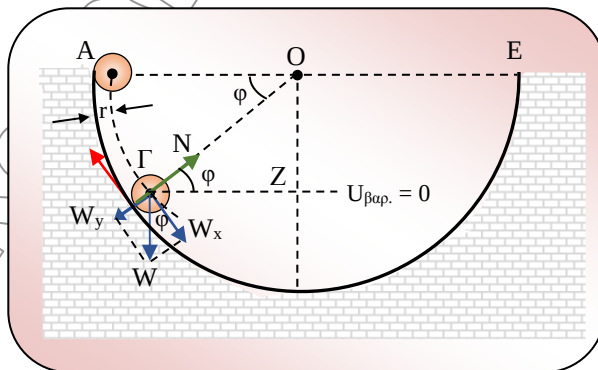
$$\Sigma \tau = I_{σφ.} \cdot \alpha_{γων} \Rightarrow T_{στ} \cdot r = I_{σφ.} \cdot \alpha_{γων} \Rightarrow T_{στ} \cdot r = \frac{2}{5} m \cdot r^2 \cdot \alpha_{γων}$$

Αλλά αφού εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση θα ισχύει: $a_{cm} = \alpha_{γων} \cdot r$

$$\text{Οπότε: } T_{στ} = \frac{2}{5} m \cdot a_{cm} \quad (2)$$

$$\text{Με πρόσθεση των (1), (2) έχουμε: } m \cdot g \cdot \sin \varphi = m \cdot a_{cm} + \frac{2}{5} m \cdot a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{5g \sin \varphi}{7} \quad (3)$$

$$\text{Οπότε από (2), (3) έχουμε: } T_{στ} = \frac{2}{5} m \cdot \frac{5g \sin \varphi}{7} = \frac{2 \cdot 1,4 \cdot 10 \sin \varphi}{7} \Rightarrow T_{στ} = 4 \cdot \sin \varphi$$



Δ2. Εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε για τη σφαίρα από τη θέση (Α) έως τη θέση (Γ)

$$E_{μηχ.(A)} = E_{μηχ.(Γ)} \Rightarrow K_{(A)} + U_{βαρ.(A)} = K_{(Γ)} + U_{βαρ.(Γ)} \Rightarrow U_{βαρ.(A)} = K_{(Γ)} \Rightarrow$$

$$m \cdot g \cdot (OZ) = \frac{1}{2} m u_{cm}^2 + \frac{1}{2} I_{σφ} \cdot \omega^2$$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΟΖΓ είναι: $(OZ) = (R-r)\eta\mu\phi$ και λόγω Κ.Χ.Ο, $u_{cm} = \omega \cdot r$

$$\text{Οπότε: } m \cdot g \cdot (R-r)\eta\mu\phi = \frac{1}{2} m u_{cm}^2 + \frac{1}{2} \frac{2}{5} m r^2 \omega^2 \Rightarrow g \cdot (R-r)\eta\mu\phi = \frac{1}{2} u_{cm}^2 + \frac{1}{5} u_{cm}^2 \Rightarrow$$

$$g \cdot (R-r)\eta\mu\phi = 0,7 u_{cm}^2 \Rightarrow u_{cm}^2 = \frac{g \cdot (R-r)\eta\mu\phi}{0,7} = \frac{10 \cdot (1,6 - 0,2) \cdot \frac{1}{2}}{0,7} \Rightarrow u_{cm}^2 = 10 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Το κέντρο μάζας της σφαίρας εκτελεί κυκλική κίνηση ακτίνας $R-r$. Επομένως η συνισταμένη των δυνάμεων στη διεύθυνση της ακτίνας θα είναι η κεντρομόλος δύναμη στη σφαίρα.

$$\Sigma F_y = F_k \Rightarrow N - W_y = \frac{m \cdot u_{cm}^2}{R-r} \Rightarrow N = m g \eta\mu\phi + \frac{m \cdot u_{cm}^2}{R-r} = 1,4 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1,4 \cdot 10}{1,4} \Rightarrow N = 17 \text{ N}$$

Δ3. Εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε για τη σφαίρα από τη θέση (Δ) έως τη θέση (Ε)

$$E_{μηχ.(Δ)} = E_{μηχ.(Ε)} \Rightarrow K_{(Δ)} + U_{βαρ.(Δ)} = K_{(Ε)} + U_{βαρ.(Ε)} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m u_0^2 + \frac{1}{2} I_{σφ} \omega_0^2 - m \cdot g \cdot (R-r) = \frac{1}{2} m u_E^2 + \frac{1}{2} I_{σφ} \omega_E^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m u_0^2 + \frac{1}{2} \frac{2}{5} m \cdot r^2 \omega_0^2 - m \cdot g \cdot \frac{7R}{8} =$$

$$\frac{1}{2} m u_E^2 + \frac{1}{2} \frac{2}{5} m \cdot r^2 \omega_E^2 \Rightarrow 0,7 u_0^2 - \frac{7gR}{8} = 0,7 u_E^2 \Rightarrow$$

$$0,7 \cdot 36 - 14 \cdot \frac{7 \cdot 10 \cdot 1,6}{8} = 0,7 u_E^2 \Rightarrow u_E^2 = 36 - 20 \Rightarrow$$

$$u_E^2 = 16 \Rightarrow u_E = 4 \text{ m/s}$$

Κι αφού εκτελεί Κ.Χ.Ο:

$$u_E = \omega_E \cdot r \Rightarrow \omega_E = \frac{u_E}{r} = \frac{4}{0,2} \Rightarrow \omega_E = 20 \text{ rad/s}$$

Μετά το σημείο Ε, στο κέντρο μάζας της σφαίρας θα ασκείται μόνο το βάρος της. Συνεπώς δεν θα ασκούνται σε αυτή ροπές. Επομένως θα εκτελέσει:

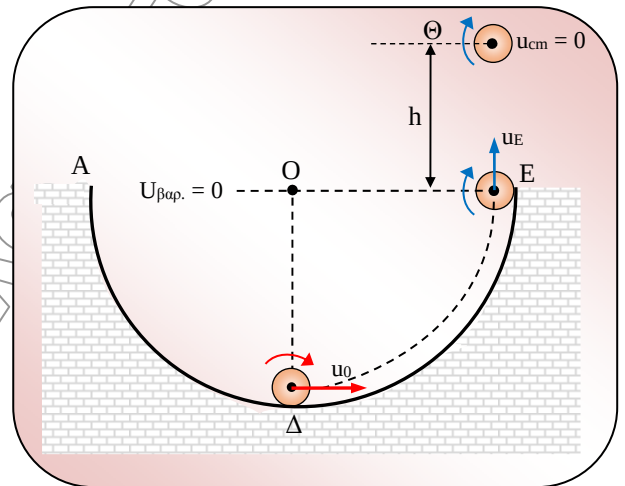
- Ομαλή στροφική κίνηση με $\omega = \omega_E = 20 \text{ rad/s}$
- Κατακόρυφη βολή προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα την $u_E = 4 \text{ m/s}$.

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε από (Ε) έως (Θ).

$$E_{μηχ.(Ε)} = E_{μηχ.(Θ)} \Rightarrow K_{(Ε)} + U_{βαρ.(Ε)} = K_{(Θ)} + U_{βαρ.(Θ)} \Rightarrow$$

$$K_E^{μετ.} + K_E^{σπρ.} + U_{(Ε)} = K_{(Θ)}^{μετ.} + K_{(Θ)}^{σπρ.} + U_{(Θ)} \xrightarrow{K_E^{σπρ.} = K_{(Θ)}^{σπρ.}} \frac{1}{2} m \cdot u_E^2 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$h = \frac{u_E^2}{2g} = \frac{16}{20} \Rightarrow h = 0,8 \text{ m}$$



Δ4. Όταν η σφαίρα χάσει την επαφή της με το ημισφαίριο, θα δέχεται μόνο το βάρος της και συνεπώς $\Sigma\tau = 0$.

$$\text{Άρα } \frac{dL}{dt} = \Sigma\tau \Rightarrow \frac{dL}{dt} = 0$$

Επιμέλεια απαντήσεων:

Λογιώτης Σταύρος

Οικονόμου Θανάσης

Γρουσουζάκου Γιώτα

Φυσικοί

Φροντιστήριο Μ.Ε «ΕΠΙΛΟΓΗ» - Καλαμάτα

<http://www.epil.gr>