

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 15 ΙΟΥΝΙΟΥ 2015
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- Α1 – α
 Α2 – α
 Α3 – α
 Α4 – γ
 Α5 α – Λ, β – Σ, γ – Λ, δ – Λ, ε – Σ.

ΘΕΜΑ Β

Β1.α. Σωστό το i.

β. Για τις ταχύτητες των σωμάτων έχουμε:

Από το διάγραμμα του σχήματος 4 και για την m_1 :

$$\text{Πριν την κρούση: } v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8-0}{4-0} \Rightarrow v_1 = 2 \text{ m/s.}$$

$$\text{Μετά την κρούση: } v'_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0-8}{12-4} \Rightarrow v'_1 = -1 \text{ m/s.}$$

Από το διάγραμμα του σχήματος 5 και για την m_2 :

$$\text{Πριν την κρούση: } x = \text{σταθ} \Rightarrow v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0.$$

$$\text{Μετά την κρούση: } v'_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16-8}{12-4} \Rightarrow v'_2 = 1 \text{ m/s.}$$

Αφού μετά την κρούση είναι $v'_1 \neq v'_2$ η κρούση δεν είναι πλαστική.

Από την διατήρηση της ορμής του συστήματος κατά την κρούση έχουμε:

$$\begin{aligned}
 \vec{p}_{\text{πριν}} &= \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{v}'_1 + m_2 \cdot \vec{v}'_2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow 1 \cdot 2 + m_2 \cdot 0 = 1 \cdot (-1) + m_2 \cdot 1 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow 2 = -1 + m_2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow m_2 = 3 \text{ Kg.}
 \end{aligned}$$

Για την κινητική ενέργεια του συστήματος έχουμε:

Πριν την κρούση:

$$K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 + 0 \Rightarrow K_{\text{πριν}} = 2 \text{ J.}$$

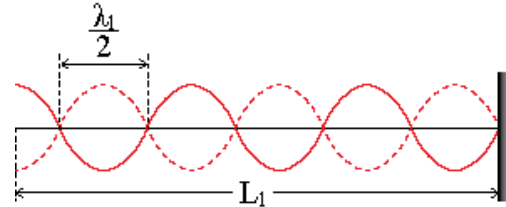
Μετά την κρούση:

$$K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (-1)^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1^2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \Rightarrow K_{\text{μετά}} = 2 \text{ J.}$$

Αφού $K_{\text{πριν}} = K_{\text{μετά}}$ η κρούση είναι ελαστική.

B2.α. Σωστό το i.

β. Για το στάσιμο κύμα γνωρίζουμε ότι η απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών είναι $\frac{\lambda}{2}$ και η απόσταση δεσμού και διπλανής κοιλίας είναι $\frac{\lambda}{4}$.

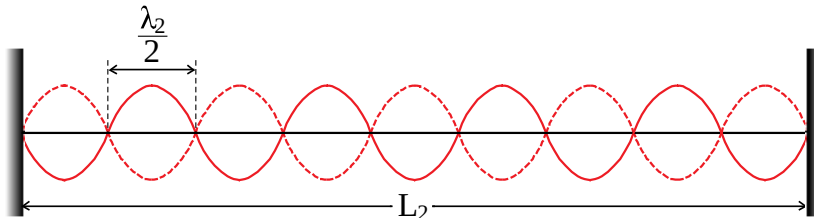


Σχ. B2.1

Για το γραμμικό ελαστικό μέσο (1) μήκους L_1 , δόθηκε ότι εκτός από το ένα ακλόνητο άκρο όπου έχουμε δεσμό, έχουμε και άλλους 5 δεσμούς. Όπως φαίνεται από το παραπάνω σχήμα B2.1 ισχύει:

$$L_1 = 5 \frac{\lambda_1}{2} + \frac{\lambda_1}{4} \Rightarrow L_1 = 11 \frac{\lambda_1}{4} \quad (1)$$

Για το γραμμικό ελαστικό μέσο (2) μήκους L_2 , δόθηκε ότι εκτός από τα δύο ακλόνητα άκρα όπου έχουμε δεσμούς, έχουμε και άλλους 8 δεσμούς. Όπως φαίνεται από το παρακάτω σχήμα B2.2 ισχύει:



Σχ. B2.2

$$L_2 = 9 \frac{\lambda_2}{2} \quad (2)$$

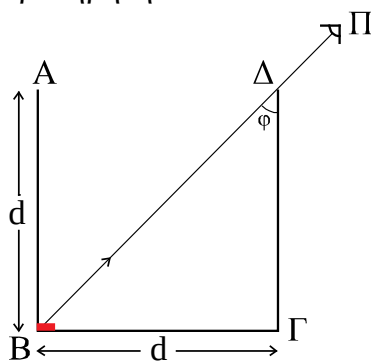
Επειδή τα γραμμικά μέσα είναι από το ίδιο υλικό, έχουμε την ίδια ταχύτητα διάδοσης. Δόθηκε επίσης ότι $L_2 = 2L_1$. Έτσι έχουμε:

$$\begin{aligned} L_2 = 2L_1 &\Rightarrow 9 \frac{\lambda_2}{2} = 2 \cdot 11 \frac{\lambda_1}{4} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 18\lambda_2 = 22\lambda_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 18 \frac{v}{f_2} = 22 \frac{v}{f_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{22}{18} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{11}{9}. \end{aligned}$$

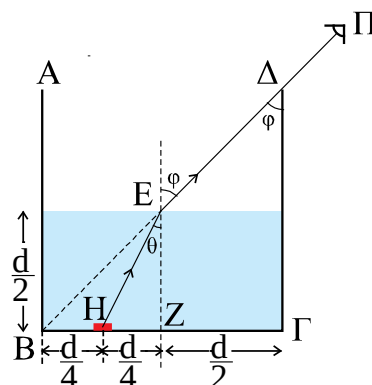
B3.α. Σωστό το ii.

β. ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: Πρόκειται για μία κακή και ελλιπή διατύπωση. Θα έπρεπε ο υποψήφιος να καταλάβει από την λέξη "οριακά" ότι όταν βάζουμε νερό στο δοχείο μετατοπίζουμε εμείς το κέρμα στον πυθμένα. Σε διαφορετική περίπτωση κάποιος θα μπορούσε να θεωρήσει την μετατόπιση του κέρματος ως φαινόμενη ανύψωση, οπότε καμία από τις προτεινόμενες απαντήσεις δεν είναι σωστή.

Έστω d το μήκος των ακμών του κυβικού δοχείου και Π η σταθερή θέση του παρατηρητή.



Σχ. B3.1



Σχ. B3.2

Από το σχήμα B3.1 όταν είναι άδειο το δοχείο έχουμε:

$$\epsilon\phi\phi = \frac{B\Gamma}{\Gamma\Delta} = \frac{d}{d} = 1 \Rightarrow \phi = 45^\circ.$$

Όταν γεμίσουμε το δοχείο και μετατοπίσουμε το κέρμα κατά $\frac{d}{4}$ έχουμε:

(Σχ. B3.2)

$$\left. \begin{array}{l} EZ = \frac{d}{2} \\ \Delta\Gamma = d \\ EZ \parallel \Delta\Gamma \end{array} \right\} \Rightarrow Z \text{ μέσο της } B\Gamma, \text{ άρα } HZ = \frac{d}{4} \quad (1)$$

$$HE^2 = EZ^2 + HZ^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{4}\right)^2 = \frac{d^2}{4} + \frac{d^2}{16} \Rightarrow HE^2 = \frac{5d^2}{16} \quad (2)$$

Από το νόμο του Snell για την διάθλαση στο E έχουμε:

$$\begin{aligned} n \cdot \eta\mu\theta &= n_o \cdot \eta\mu 45^\circ \Rightarrow \\ \Rightarrow n^2 \cdot \eta\mu^2\theta &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow n^2 \cdot \frac{HZ^2}{HE^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \\
 &\frac{d^2}{5d^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \\
 &\frac{1}{5} = \frac{1}{2} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow n^2 = \frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Γ

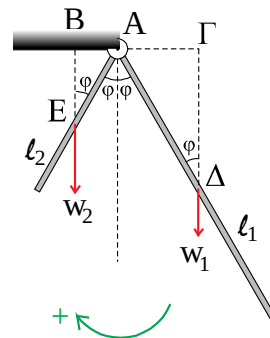
Γ1. Το σύστημα αποκτά μέγιστη γωνιακή ταχύτητα στη θέση όπου:

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow w_1 \cdot (AG) - w_2 \cdot (BA) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot g \cdot \frac{\ell_1}{2} \cdot \eta\mu\phi = m_2 \cdot g \cdot \frac{\ell_2}{2} \cdot \eta\mu\phi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot \frac{4}{2} = 10 \cdot \frac{2}{2} \Rightarrow$$

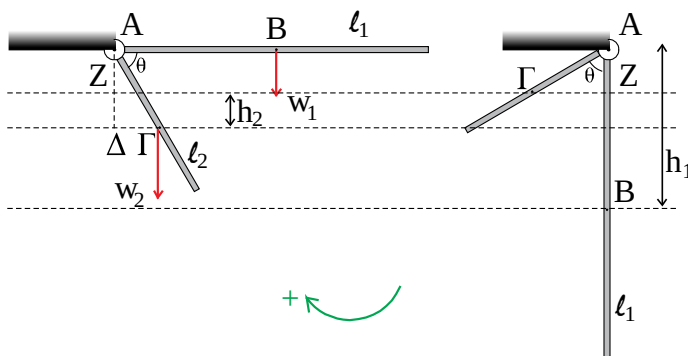
$$\Rightarrow m_1 = 5 \text{ Kg.}$$



Γ2. Το κέντρο μάζας B της ράβδου ℓ_1 κατέβηκε κατά $h_1 = \frac{\ell_1}{2} = 2 \text{ m}$, ενώ το κέντρο μάζας Γ της ράβδου ℓ_2 ανέβηκε κατά

$$h_2 = A\Delta - AZ = \frac{\ell_2}{2} \eta\mu\theta - \frac{\ell_2}{2} \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{2}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} = \frac{1,7-1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_2 = 0,35 \text{ m.}$$



Με εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{w_1} + W_{w_2} \Rightarrow$$

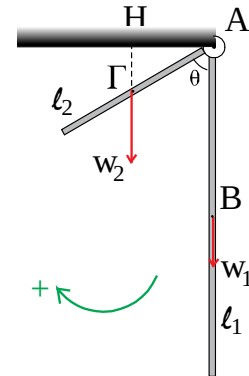
$$\begin{aligned}
 \Rightarrow 0 - 0 &= m_1 \cdot g \cdot h_1 - m_2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow m_1 \cdot \cancel{g} \cdot h_1 &= m_2 \cdot \cancel{g} \cdot h_2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow m_1 \cdot 2 &= 10 \cdot 0,35 \Rightarrow \\
 \Rightarrow m_1 \cdot 2 &= 3,5 \Rightarrow \\
 \Rightarrow \mathbf{m_1 = 1,75 \text{ Kg}}.
 \end{aligned}$$

Γ3. Η ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο ράβδων είναι:

$$\begin{aligned}
 I &= I_1 + I_2 = \frac{1}{3} \cdot m_1 \cdot \ell_1^2 + \frac{1}{3} \cdot m_2 \cdot \ell_2^2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow I &= \frac{1}{3} \cdot 1,75 \cdot 4^2 + \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 2^2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow I &= \frac{68}{3} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2.
 \end{aligned}$$

Από τον θεμελιώδη νόμο για την στροφική κίνηση έχουμε:

$$\begin{aligned}
 \Sigma \tau_{(A)} &= I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \\
 \Rightarrow -w_2 \cdot (HA) &= I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \\
 \Rightarrow -m_2 \cdot g \cdot \frac{\ell_2}{2} \eta\mu\theta &= I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \\
 \Rightarrow -10 \cdot 10 \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} &= \frac{68}{3} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \\
 \Rightarrow -50\sqrt{3} &= \frac{68}{3} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \\
 \Rightarrow -50 \cdot 1,7 &= \frac{68}{3} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \\
 \Rightarrow -50 \cdot 1,7 &= \frac{68}{3} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} &= -\frac{3 \cdot 50 \cdot 1,7}{68} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} &= \mathbf{-3,75 \text{ rad/s}^2}.
 \end{aligned}$$



Γ4. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ℓ_2 στην ίδια θέση είναι:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{dL}{dt} \right)_2 &= I_2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \left(\frac{dL}{dt} \right)_2 &= \frac{1}{3} \cdot m_2 \cdot \ell_2^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dL}{dt} \right)_2 = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 2^2 \cdot (-3,75) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dL}{dt} \right)_2 = -50 \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Επειδή η τροχαλία δεν στρέφεται ισχύει:

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w \cdot R - T_2 \cdot 2R = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M \cdot g \cdot R = T_2 \cdot 2R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1,6 \cdot 10 = 2T_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 = 8 \text{ N}.$$

Επειδή το σώμα Σ ισορροπεί, ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow$$

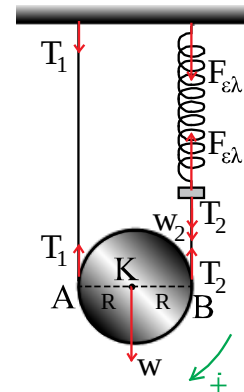
$$\Rightarrow F_{ελ} - w_2 - T_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{ελ} = m_2 \cdot g + T_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{ελ} = 1,44 \cdot 10 + 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{ελ} = 14,4 + 8 \Rightarrow$$

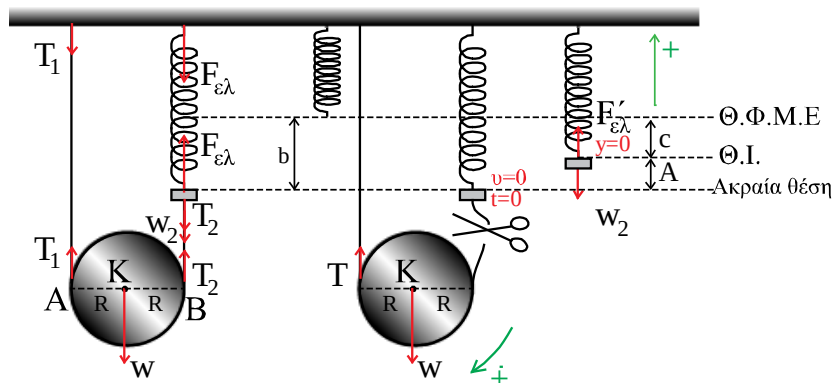
$$\Rightarrow F_{ελ} = 22,4 \text{ N}.$$



Δ2. Μετά την κοπή του νήματος η τροχαλία κινείται και το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει (κάτι που έπρεπε να δοθεί) οπότε ισχύει:

$$v_{cm} = v_{\gamma\rho} = \omega \cdot R \quad (1)$$

$$\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\rho} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R \quad (2)$$



Για την μεταφορική κίνηση της τροχαλίας έχουμε:

$$\Sigma F = M \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w - T = M \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M \cdot g - T = M \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1,6 \cdot 10 - T = 1,6 \cdot a_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16 - T = 1,6 \cdot a_{cm} \quad (3)$$

Για την στροφική κίνηση της τροχαλίας έχουμε:

$$\Sigma \tau_{(K)} = I \cdot \alpha_{γων} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T \cdot R = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \cdot \alpha_{γων} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R \cdot \alpha_{γων} \quad (2)$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{2} \cdot M \cdot a_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{2} \cdot 1,6 \cdot a_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 0,8 \cdot a_{cm} \quad (4)$$

Με πρόσθεση κατά μέλη των (3) και (4) προκύπτει:

$$16 - 0,8 \cdot a_{cm} = 1,6 \cdot a_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16 = 2,4 \cdot a_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_{cm} = \frac{160}{24} = \frac{20}{3} \text{ m/s}^2$$

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ που κόβουμε το νήμα το σώμα m ξεκινάει την ταλάντωσή του με $v = 0$, δηλαδή από την κάτω ακραία θέση ($y = -A$). Για την ταλάντωση του συστήματος έχουμε:

$$D = k = m \cdot \omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 40 = 1,44 \cdot \omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{400 \cdot 10}{144} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{400 \cdot 10}{144}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{20}{12} \sqrt{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{20}{12} \pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{3} \text{ rad/s.}$$

Η ταχύτητα του σώματος Σ μηδενίζεται για πρώτη φορά στην επάνω ακραία θέση, δηλαδή τη χρονική στιγμή:

$$t_1 = \frac{1}{2}T = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\frac{5\pi}{3}} \Rightarrow t_1 = \frac{3}{5} = 0,6 \text{ s.}$$

Την ίδια χρονική στιγμή η κατακόρυφη μετατόπιση h της τροχαλίας είναι:

$$h = \frac{1}{2} \cdot a_{cm} \cdot t_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot \frac{20}{3} \cdot 0,6^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = 1,2 \text{ m.}$$

Δ3. Πριν την κοπή του νήματος, από την δύναμη του ελατηρίου που βρήκαμε στο ερώτημα Δ1, η αρχική παραμόρφωση b του ελατηρίου είναι:

$$F_{ελ} = k \cdot b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 22,4 = 40 \cdot b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = \frac{22,4}{40} \text{ m.}$$

Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του σώματος Σ ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F'_{ελ} = w \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \cdot c = m \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c = \frac{1,44 \cdot 10}{40} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c = \frac{14,4}{40} \text{ m.}$$

Από το σχήμα το πλάτος της ταλάντωσης είναι:

$$A = b - c = \frac{22,4}{40} - \frac{14,4}{40} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \frac{8}{40} = 0,2 \text{ m.}$$

$$\left. \begin{aligned} y &= A \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \\ \text{Για } t = 0 \text{ είναι } y &= -A \end{aligned} \right\} \Rightarrow -A = A \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow \eta \mu \varphi_0 = -1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad.}$$

Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης είναι:

$$y = 0,2 \eta \mu \left(\frac{5\pi}{3} t + \frac{3\pi}{2} \right) \text{ (S.I.)}$$

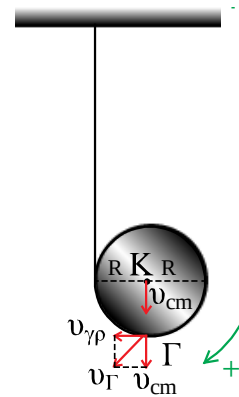
Δ4. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,6 \text{ s}$ το κέντρο μάζας K της τροχαλίας έχει ταχύτητα μέτρου:

$$v_{cm} = a_{cm} \cdot t_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{cm} = \frac{20}{3} \cdot 0,6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{cm} = 4 \text{ m/s.}$$

Επίσης το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας των περιμετρικών σημείων της τροχαλίας λόγω της σχέσης (1) ε-



ίνα $v_{\gamma\rho} = v_{cm} = 4 \text{ m/s}$.

Έτσι η ταχύτητα του σημείου Γ έχει μέτρο:

$$v_{\Gamma} = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{\gamma\rho}^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\Gamma} = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{cm}^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\Gamma} = \sqrt{2v_{cm}^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\Gamma} = v_{cm} \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\Gamma} = 4\sqrt{2} \text{ m/s}.$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ:
ΑΒΡΑΜΙΔΗΣ Σ. ΘΕΟΔΩΡΟΣ
ΦΥΣΙΚΟΣ-ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΣ-ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ
ΚΑΛΑΪΤΖΗΣ ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟ ΣΥΓΓΡΟΤΗΜΑ ΘΕΣ/ΝΙΚΗΣ «ΚΟΡΥΦΗ»