

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')
ΤΕΤΑΡΤΗ 23 ΜΑΪΟΥ 2012
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Θεωρία σχολικό σελ. 31
A2. Θεωρία σχολικό σελ. 148
A3. Θεωρία σχολικό σελ. 96
A4. α. → Λάθος
β. → Σωστό
γ. → Λάθος
δ. → Σωστό
ε. → Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1. $\delta = 25$

B2. $\alpha + 4 + 3\alpha - 6 = 2\alpha + 8 + \alpha - 2 \Leftrightarrow 4\alpha - 2 = 3\alpha + 6 \Leftrightarrow \alpha = 8$

B3.

	x_i	v_i	$f_i \%$	N_i	$F_i \%$
5 – 15	10	12	20	12	20
15 – 25	20	18	30	30	50
25 – 35	30	24	40	54	90
35 – 45	40	6	10	60	100
ΣΥΝΟΛΟ	-	60	100		

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i}{v} = \frac{10 \cdot 12 + 20 \cdot 18 + 30 \cdot 24 + 40 \cdot 6}{60} = \frac{120 + 360 + 720 + 240}{60} = \frac{1440}{60} = 24.$$

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} = \frac{(10 - 24)^2 \cdot 12 + (20 - 24)^2 \cdot 18 + (30 - 24)^2 \cdot 24 + (40 - 24)^2 \cdot 6}{60} = \frac{196 \cdot 12 + 16 \cdot 18 + 36 \cdot 24 + 256 \cdot 6}{60} = \frac{2352 + 288 + 864 + 1536}{60} = \frac{5040}{60} = 84.$$

Άρα $S = \sqrt{84}$.

B4. Από το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων προκύπτει ότι

$$\frac{37-35}{45-35} = \frac{x-90}{100-90} \Leftrightarrow \frac{2}{10} = \frac{x-90}{10} \Leftrightarrow 10x - 900 = 20 \Leftrightarrow 10x = 920 \Leftrightarrow x = 92$$

Άρα μέχρι 37 λεπτά είναι το 92% των μαθητών.

Άρα από 37 λεπτά και πάνω (τουλάχιστον) χρειάστηκε το 8%.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Γ «μάθημα Γαλλικών»

I «μάθημα Ισπανικών»

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(\sqrt{x^2+3}-2)}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(x-1)(x+1)}{x(x+1)(\sqrt{x^2+3}+2)} = \frac{2(-2)}{-1 \cdot 4} = \frac{-4}{-4} = 1.$$

Άρα $P(\Gamma \cup I) = 1$ και αφού τα ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα, τότε $\Gamma \cup I = \Omega$ (βέβαιο ενδεχόμενο)

$$\Gamma 2. P(\Gamma \cup I) = P(\Gamma) + P(I) - P(\Gamma \cap I) \Leftrightarrow P(\Gamma \cap I) = \frac{3v}{v^2+1} + \frac{v+2}{v^2+1} - \frac{v+1}{v^2+1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(\Gamma \cap I) = \frac{3v+1}{v^2+1}.$$

$$\text{Αλλά } P(\Gamma \cup I) = 1 \Leftrightarrow \frac{3v+1}{v^2+1} = 1 \Leftrightarrow v^2+1 = 3v+1 \Leftrightarrow v(v-3) = 0. \text{ Άρα } v=0 \text{ ή } v=3 \text{ και επειδή } v \geq 3 \text{ άρα } v=3.$$

$$\Gamma 3. P[(\Gamma - I) \cup (I - \Gamma)] = P(\Gamma - I) + P(I - \Gamma) = P(\Gamma) + P(I) - 2P(\Gamma \cap I) = \\ = P(\Gamma \cup I) - P(\Gamma \cap I) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\Gamma 4. \text{ Έστω } x \text{ αριθμός των μαθητών τότε } P(\Gamma \cap I) = \frac{32}{x} = \frac{4}{10} \Leftrightarrow 4x = 32 \cdot 10 \Leftrightarrow x = 80$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. f'(x) = \frac{2\ln x \cdot \frac{1}{x} - 1 - \ln^2 x}{x^2} = \frac{2\ln x - 1 - \ln^2 x}{x^2} = -\frac{(\ln x - 1)^2}{x^2} \leq 0.$$

Άρα $f \downarrow$

Δ2. Παρατηρώ ότι $f(x) > 0 \quad \forall x > 0.$

$$E = |x| \cdot |f(x)| = x \cdot \frac{1 + \ln^2 x}{x} \Leftrightarrow E_{(x)} = (1 + \ln^2 x) \Leftrightarrow E'_{(x)} = 2\ln x \cdot \frac{1}{x} = \frac{2\ln x}{x}$$

x	0	1	$+\infty$
$E'_{(x)}$	-		+
$E_{(x)}$	$\searrow$		$\nearrow$

Άρα το $E_{(x)}$ γίνεται ελάχιστο όταν $x=1$ τότε $y=f(1)=\frac{1+0}{1}=1$.

Άρα τετράγωνο

Δ3. Είναι $\lambda = f'(1) = -1$ άρα $(\varepsilon): y = -x + \beta$ οπότε τα σημεία (x_i, y_i) ανήκουν στην ευθεία ε οπότε $(\varepsilon): y_i = -x_i + \beta$.

Άρα $\bar{y} = -\bar{x} + \beta = -10 + \beta \Leftrightarrow S_y = -1 S_x = S_x = 2$.

$$CV_y = \frac{S_y}{|\bar{y}|} = \frac{2}{|\beta - 10|}$$

$$CV_y \leq 0,1 \Leftrightarrow \frac{2}{|\beta - 10|} \leq 0,1.$$

$$0,1|\beta - 10| \geq 2 \Leftrightarrow |\beta - 10| \geq 20 \Leftrightarrow \beta - 10 \geq 20 \Leftrightarrow \beta \geq 30 \text{ ή } \beta - 10 \leq -20 \Leftrightarrow \beta \leq -10$$

$$\mathbf{\Delta 4.} \quad A \subseteq A \cup B \Leftrightarrow P(A) \leq P(A \cup B) \xrightarrow{f \downarrow} f(P(A)) \geq f(P(A \cup B)) \quad (1)$$

$$A \cap B \subseteq A \cup B \Rightarrow P(A \cap B) \leq P(A \cup B) \xrightarrow{f \downarrow} f(P(A \cap B)) \geq f(P(A \cup B)) \quad (2)$$

Συνεπάγεται

$$f(P(A)) + f(P(A \cap B)) \geq 2f(P(A \cup B)).$$

Επιμέλεια απαντήσεων:

Δραγώνας Μπάμπης

Γκιούλος Θεόδωρος

Διονυσοπούλου Σοφία

Μαθηματικοί

Φροντιστήριο Μ.Ε «ΕΠΙΛΟΓΗ» - Καλαμάτα

<http://www.epil.gr>