

**ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ
ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')**
ΤΕΤΑΡΤΗ 23 ΜΑΪΟΥ 2012
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 30

A2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 96

A3. α. ΛΑΘΟΣ, β. ΣΩΣΤΟ, γ. ΛΑΘΟΣ, δ. ΣΩΣΤΟ, ε. ΣΩΣΤΟ.

ΘΕΜΑ Β

B1. $f'(x) = 2x + \alpha$, $x \in \mathbb{R}$.

$f(0) = \beta$, άρα η C_f τέμνει τον $y'y$ στο σημείο $A(0, \beta)$

$\lambda_\epsilon = f'(0) = \epsilon\phi 45^\circ = 1$, άρα $\alpha = 1$

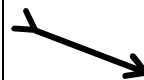
$$\begin{aligned} \mathbf{B2.} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + \beta x}{x + 1} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x + \beta + \beta x}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x + 1) + \beta(x + 1)}{x + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cancel{(x + 1)}(x + \beta)}{\cancel{x + 1}} = \lim_{x \rightarrow -1} (x + \beta) = -1 + \beta \end{aligned}$$

Πρέπει $-1 + \beta = 6 \Leftrightarrow \beta = 7$.

B3. $g(x) = f(x) - x^3 = x^2 + x + 7 - x^3 = -x^3 + x^2 + x + 7$, $x \in \mathbb{R}$.

$g'(x) = (-x^3 + x^2 + x + 7)' = -3x^2 + 2x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

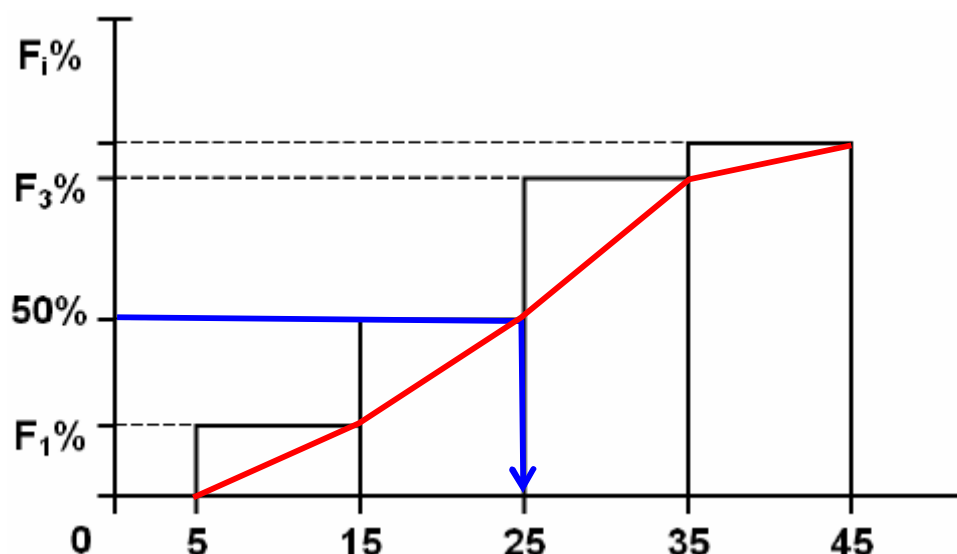
$g'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$ ή $x = 1$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	
$g'(x)$	-		+		-
$g(x)$					

Η g είναι γνησίως φθίνουσα στα $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right]$ και $[1, +\infty)$ ενώ
είναι γνησίως αύξουσα στο $\left[-\frac{1}{3}, 1\right]$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



Άρα $\delta = 25$

Γ2. $v = \sum v_i = 7\alpha + 4$

$$F_2 = 0,50 \Leftrightarrow \frac{v_1 + v_2}{v} = 0,5 \Leftrightarrow \frac{4\alpha - 2}{7\alpha + 4} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \alpha = 8$$

Κλάσεις	x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$	$x_i v_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 v_i$
[5 , 15)	10	12	20	12	20	120	-14	196	2352
[15 , 25)	20	18	30	30	50	360	-4	16	288
[25 , 35)	30	24	40	54	90	720	6	36	864
[35 , 45)	40	6	10	60	100	240	16	256	1536
ΣΥΝΟΛΑ	-	60	100	-	-	1440	-	-	5040

Γ3. $\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{1440}{60} = 24$

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} = \frac{5040}{60} = 84$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{84} \cong 9,17$$

Γ4. Στην κλάση [35 , 45) έχουμε :

Σε πλάτος 10 (45 – 35) αντιστοιχεί το 10% των μαθητών

Σε πλάτος 8 (45 – 37) αντιστοιχεί το $x\%$ των μαθητών

$$10x = 8 \cdot 10 \Leftrightarrow x = 8\% \text{ των μαθητών}$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. f'(x) = \left(\frac{2}{x^2 + 1} \right)' = \frac{-2(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-4x}{(x^2 + 1)^2}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		+	-
$f(x)$			

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 0]$, ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[0, +\infty)$.

$$\Delta 2. 0 < \alpha < \beta < \gamma < 3 \xrightarrow{f \downarrow \text{ στο } [0, +\infty)} f(0) > f(\alpha) > f(\beta) > f(\gamma) > f(3)$$

$$R = f(0) - f(3) = 2 - 0,2 = 1,8$$

$$\Delta 3. (\varepsilon): y = -x + 2 \rightarrow y_i = -x_i + 2, i = 1, 2, \dots, 10$$

Από εφαρμογή σχολικού βιβλίου

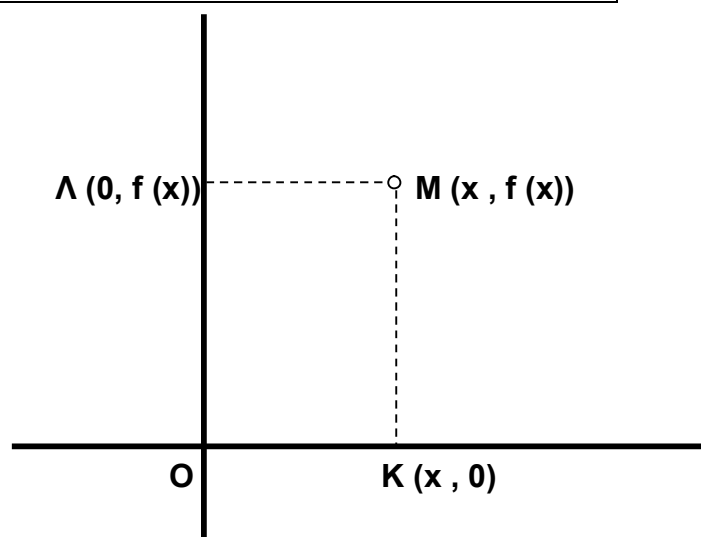
- όταν όλες οι τιμές μιας μεταβλητής x_i πολλαπλασιάζονται επί μια σταθερά c , τότε οι νέες τιμές y_i που προκύπτουν έχουν $\bar{y} = \bar{x} \cdot c$ και $s_y = s_x \cdot |c|$.
- όταν σε όλες τις τιμές μιας μεταβλητής x_i προσθέσουμε μια σταθερά c , τότε οι νέες τιμές y_i που προκύπτουν έχουν $\bar{y} = \bar{x} + c$ και $s_y = s_x$.

x_i	$\rightarrow$	$z_i = (-1) \cdot x_i$	$\rightarrow$	$y_i = z_i + 2$	, $i = 1, \dots, 10$
$\bar{x} = 10$	$\rightarrow$	$\bar{z} = (-1) \cdot 10 = -10$	$\rightarrow$	$\bar{y} = -10 + 2 = -8$	
$s_x = 2$	$\rightarrow$	$s_z = -1 \cdot 2 = 2$	$\rightarrow$	$s_y = 2$	

$$\Delta 4. E(x) = (OK) \cdot (OL)$$

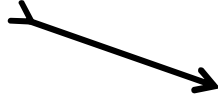
$$= x \cdot \frac{2}{x^2 + 1}$$

$$= \frac{2x}{x^2 + 1}, x > 0$$



$$E'(x) = \left(\frac{2x}{x^2 + 1} \right)' = \frac{(2x)' \cdot (x^2 + 1) - 2x \cdot (x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{2 \cdot (x^2 + 1) - 2x \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2}, x > 0$$

x	0	1	$+\infty$
$E'(x)$	+	○	-
$E(x)$			

Το εμβαδόν γίνεται μέγιστο για $x = 1$ και
 $(OK) = (OL) = 1$, άρα όταν το **ΟΚΜΛ** γίνει τετράγωνο.