

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2012
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι**

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 81

A2. α. Σωστό, β. Σωστό, γ. Λάθος, δ. Σωστό, ε. Σωστό.

A3. α. $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = [\ln x]_{\alpha}^{\beta} = \ln \beta - \ln \alpha$, με $\beta > \alpha > 0$

β. $(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

γ. $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = c(\beta - \alpha)$, με c σταθερά και $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

ΘΕΜΑ Β

B1. $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 = v \Leftrightarrow 3\kappa + 16 = 25 \Leftrightarrow 3\kappa = 9 \Leftrightarrow \kappa = 3$

B2. Για $\kappa = 3$

x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$x_i \cdot v_i$
1	6	6	24	6
2	5	11	20	10
3	4	15	16	12
4	3	18	12	12
5	7	25	28	35
ΣΥΝΟΛΑ	25		100	75

B3. $\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{75}{25} = 3$ ώρες

Το πλήθος των παρατηρήσεων είναι 25.

Αν γραφούν με αύξουσα σειρά η μεσαία παρατήρηση στη 13^η θέση είναι 3, άρα η διάμεσος είναι 3.

B4. $f_3\% + f_4\% + f_5\% = 16\% + 12\% + 28\% = 56\%$

άρα το 56% των μαθητών διαβάζουν τουλάχιστον 3 ώρες.

ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma 1. \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (\alpha x^2 + \beta x) = \alpha + \beta$$

$$\begin{aligned} \Gamma 2. \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cancel{(x-1)}(\sqrt{x+3}+2)}{\cancel{x-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x+3}+2) = 4. \end{aligned}$$

$$\Gamma 3. \bullet A(-1, 2) \in C_f \Leftrightarrow f(-1) = 2 \Leftrightarrow \alpha(-1)^2 + \beta(-1) = 2 \Leftrightarrow \alpha - \beta = 2 \Leftrightarrow \alpha = \beta + 2 \quad (1)$$

• Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 1$ πρέπει

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow$$

$$\alpha + \beta = 4 \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} \beta + 2 + \beta = 4 \Leftrightarrow 2\beta = 2 \Leftrightarrow \beta = 1$$

$$\stackrel{\beta=1}{(1)} \Rightarrow \alpha = 3$$

ΘΕΜΑ Δ

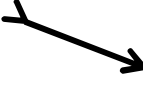
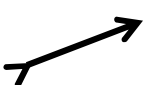
$$\Delta 1. f(x) = 3x^2 - 2x - 1$$

$$F(x) = 3 \frac{x^3}{3} - 2 \frac{x^2}{2} - x + c = x^3 - x^2 - x + c$$

$$F(0) = 1 \Leftrightarrow c = 1, \text{ άρα } F(x) = x^3 - x^2 - x + 1$$

$$\Delta 2. F'(x) = f(x) = 3x^2 - 2x - 1$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \text{ ή } x = 1$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	
f'(x)	+	○	-	○	+
f(x)					

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right]$ και $[1, +\infty)$
ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $\left[-\frac{1}{3}, 1\right]$.

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = -\frac{1}{3}$ την τιμή

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 = -\frac{1}{27} - \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{32}{27}$$

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 1$ την τιμή
 $f(1) = 1^3 - 1^2 + 1 - 1 = 0$

Δ3. Η F είναι γνησίως αύξουσα στο $[1, +\infty)$, άρα
 $2011 < 2012 \Rightarrow F(2011) < F(2012)$

Δ4. $f(x) = 3x^2 - 2x - 1 = F'(x)$

Το πρόσημο της F' το έχουμε βρεί στο Δ2 ερώτημα

Είναι $f(x) \leq 0$, στο $[0, 1]$ άρα

$$E = -\int_0^1 f(x) dx = -[F(x)]_0^1 = -[F(1) - F(0)] = F(0) - F(1) = 1 \text{ τ.μ.}$$