

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')
ΣΑΒΒΑΤΟ 14 ΜΑΪΟΥ 2011
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σχολ. σελ. 152

A2. Θεωρία σχολ. σελ. 142

A3. Θεωρία σχολ. σελ. 65 «Εκφράζει τι μέρος του συνόλου των παρατηρήσεων είναι η παρατήρηση x_i , $f_i = \frac{v_i}{v}$.

A4. α. → Λάθος

β. → Λάθος

γ. → Σωστό

δ. → Λάθος

ε. → Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1. Επειδή $P(M) = \frac{N(M)}{N(\Omega)} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow N(M) = 4 \cdot N(\Omega)$ άρα το $N(\Omega)$ είναι πολλαπλάσιο του 4. Το μοναδικό πολλαπλάσιο του 4 ανάμεσα στο 64 και 72 είναι το 68. Άρα $N(\Omega) = 68$.

B2. Επειδή
$$\left. \begin{aligned} 0 \leq P(A) \leq 1 &\Leftrightarrow 0 \leq 4\lambda^2 \leq 1 \\ 0 \leq P(K) \leq 1 &\Leftrightarrow 0 \leq -5\lambda + \frac{7}{4} \leq 1 \end{aligned} \right\} (1)$$

Είναι $P(A) + P(M) + P(K) = P(\Omega) \Leftrightarrow 4\lambda^2 + \frac{1}{4} - 5\lambda + \frac{7}{4} = 1 \Leftrightarrow 4\lambda^2 - 5\lambda + 1 = 0$

Οπότε $\lambda = \frac{5 \pm 3}{8}$ ισοδύναμα $\lambda = 1$ απορρίπτεται από την (1) και $\lambda = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ δεκτό αφού ικανοποιεί την (1). Άρα $\lambda = \frac{1}{4}$.

B3. Είναι $P(M) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{N(M)}{N(\Omega)} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow N(M) = \frac{N(\Omega)}{4} = \frac{68}{4} = 17$

$P(A) = 4 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow N(A) = \frac{N(\Omega)}{4} = \frac{68}{4} = 17$

$$P(K) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{N(K)}{N(\Omega)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow N(K) = \frac{68}{2} = 34.$$

B4. Επειδή A, M ασυμβίβαστα: $P(A \cup M) = P(A) + P(M) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αφού ΔΕ οριζόντια τότε $\Psi_E = \Psi_A$ (1).

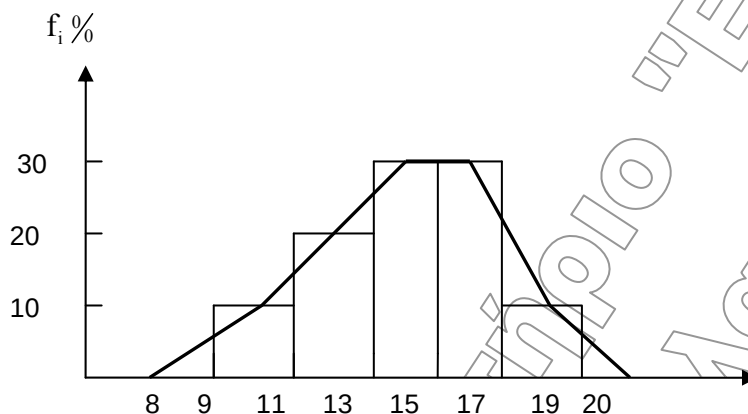
$$\text{Επίσης } f_1\% + f_2\% + f_3\% + f_4\% + f_5\% = 100\% \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 10\% + 20\% + \Psi_A + \Psi_E + 10\% = 100\% \Leftrightarrow \Psi_A + \Psi_E = 60\% \Leftrightarrow$$

$$\stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} 2\Psi_A = 60\% \Leftrightarrow \Psi_A = 30\% = \Psi_E$$

Γ2. Το πλάτος των κλάσεων είναι $c = 10 - 8 = 2$ οπότε οι κλάσεις είναι: $[9,11)$, $[11,13)$, $[13,15)$, $[15,17)$, $[17,19)$.

Άρα το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων $f_i\%$.



Γ3.

ΚΛΑΣΕΙΣ	x_i	$f_i\%$
$[9,11)$	10	10
$[11,13)$	12	20
$[13,15)$	14	30
$[15,17)$	16	30
$[17,19)$	18	10
ΣΥΝΟΛΟ	-	100

Γ4. Από τον πίνακα σχετικών συχνοτήτων $f_i\%$ τουλάχιστον 15 χιλ. ευρώ θα λάβουν $(30+10)\% = 40\%.$

Γ5. Αφού $E = 80 \Leftrightarrow v = 80$ άρα οι πωλητές που δικαιούνται το ποσό είναι $\frac{40}{100} \cdot 80 = 32$ πωλητές.

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. f'(x) = e^{\frac{1}{3}x\left(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5}\right)} \cdot \frac{1}{3} \left[x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5} + x \cdot \left(2x - \frac{11}{10} \right) \right] =$$

$$= e^{\frac{1}{3}x\left(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5}\right)} \cdot \frac{1}{3} \left(3x^2 - \frac{11}{5}x + \frac{2}{5} \right) = e^{\frac{1}{3}x\left(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5}\right)} \left(x^2 - \frac{11}{15}x + \frac{2}{15} \right)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{11}{15}x + \frac{2}{15} = 0 \Leftrightarrow 15x^2 - 11x + 2 = 0 \quad \text{με} \quad \Delta = 121 - 120 = 1 \quad \text{οπότε}$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm 1}{30} \text{ ισοδύναμα } x_1 = \frac{1}{3} \text{ και } x_2 = \frac{2}{5}.$$

Επειδή $e^{\frac{1}{3}x\left(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5}\right)} > 0$ το πρόσημο της f' εξαρτάται από το $x^2 - \frac{11}{15}x + \frac{2}{15}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$+\infty$
f'	+	-	+	
f	↗	↘	↗	

Άρα η $f \uparrow$ στο $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right]$ και $\left[\frac{2}{5}, +\infty\right)$

$f \downarrow$ στο $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{5}\right]$

Δ2. Επειδή $A \subseteq B \Leftrightarrow P(A) \leq P(B)$ οπότε $P(A) = \frac{1}{3}$ και $P(B) = \frac{2}{5}$ άρα αφού

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A \text{ οπότε } P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{3} \text{ και}$$

$$A \cup B = B \text{ οπότε } P(A \cup B) = P(B) = \frac{2}{5}$$

$$\text{Άρα } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{1}{15}.$$

$$\Delta 3. \alpha. f(x) = h(x) \Leftrightarrow e^{\frac{1}{3}x\left(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5}\right)} = e^{\frac{1}{5}x\left(\frac{3x^2}{2} - x - \frac{1}{3}\right)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x \left(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5} \right) = \frac{1}{5}x \left(\frac{3x^2}{2} - x - \frac{1}{3} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5x \left(x^2 - \frac{11}{10}x + \frac{2}{5} \right) = 3x \left(\frac{3x^2}{2} - x - \frac{1}{3} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \left(5x^2 - \frac{11}{2}x + 2 - \frac{9x^2}{2} + 3x + 1 \right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3 \right) = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 5x + 6) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x^2 - 5x + 6 = 0 \text{ με}$$

$$\Delta = 25 - 24 = 1 \text{ οπότε } x = \frac{5 \pm 1}{2} \text{ ισοδύναμα } x = 3 \text{ ή } x = 2.$$

Άρα $x = 0$ ή $x = 3$ ή $x = 2$.

β. Αφού $x_1 < x_2 < x_3$ είναι $x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = 3$ οι αντίστοιχες συχνότητες είναι

$$v_1 = 2x_1 + 1 = 2 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$v_2 = 2x_2 + 1 = 2 \cdot 2 + 1 = 5$$

$$v_3 = 2x_3 + 1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$$

$$\text{Οπότε } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^3 x_i v_i}{v} = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + x_3 v_3}{v_1 + v_2 + v_3} = \frac{0 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 7 \cdot 3}{1 + 5 + 7} = \frac{10 + 21}{13} = \frac{31}{13}.$$

Επιμέλεια απαντήσεων:

Δραγώνας Μπάμπης

Γκιούλος Θεόδωρος

Διονυσοπούλου Σοφία

Μαθηματικοί

Φροντιστήριο Μ.Ε «ΕΠΙΛΟΓΗ» - Καλαμάτα

<http://www.epil.gr>