

**ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
 ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ
 Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')
 ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2011
 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
 ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
 (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)
 ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ**

ΘΕΜΑ Α

A1. $\rightarrow \gamma$, A2. $\rightarrow \beta$, A3. $\rightarrow \gamma$, A4. $\rightarrow \gamma$

A5. $\alpha \rightarrow$ Σωστό, $\beta \rightarrow$ Λάθος, $\gamma \rightarrow$ Σωστό, $\delta \rightarrow$ Λάθος, $\delta \rightarrow$ Λάθος

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστό το β

Στο σχήμα (I) το σύστημα των m_1, m_2 ισορροπεί. Οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα φαίνονται στο σχήμα. Επίσης σε παράθεση (αριστερά) φαίνονται οι δυνάμεις που ασκεί το νήμα στα σώματα. Επειδή το νήμα είναι αβαρές αυτές θα είναι ίσες. Δηλ. $T_1 = T_2$

Είναι:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} - T_1 - w_1 + T_2 - w_2 = 0 \Rightarrow$$

$$F_{ελ} = w_1 + w_2 \Rightarrow k \cdot \Delta \ell_0 = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g \quad (1)$$

Όταν κοπεί το νήμα το Σ_1 θα εκτελέσει α.α.τ με τη θέση (I) ακραία θέση της ταλάντωσής του (αφού εκεί $u = 0$).

Έστω πως η θέση (II) είναι η Θ.Ι.Τ της ταλάντωσής του.

Θα είναι: $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ(1)} - w_1 = 0 \Rightarrow$

$$k(\Delta \ell_0 - x_1) = m_1 \cdot g \Rightarrow k \cdot \Delta \ell_0 - k \cdot x_1 = m_1 \cdot g \xrightarrow{(1)} \rightarrow$$

$$m_1 \cdot g + m_2 \cdot g - k \cdot x_1 = m_1 \cdot g \Rightarrow m_2 \cdot g = k \cdot x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{m_2 \cdot g}{k} \quad (2)$$

$$\text{Οπότε: } E_1 = \frac{1}{2} D \cdot A_1^2 \xrightarrow{D=k \text{ και } A_1=x_1} E_1 = \frac{1}{2} k \cdot x_1^2 \xrightarrow{(2)} E_1 = \frac{1}{2} k \left(\frac{m_2 \cdot g}{k} \right)^2 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_2^2 \cdot g^2}{k} \quad (3)$$

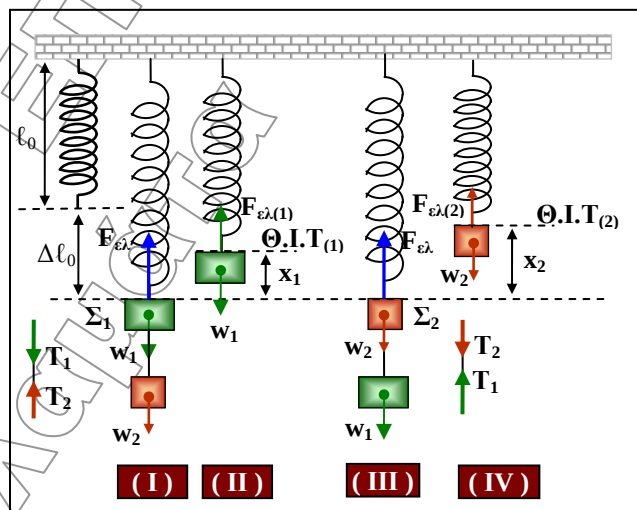
Όμοια στα σχήματα (III) και (IV) φαίνονται οι αντίστοιχες θέσεις για το σύστημα και για το m_2 μετά το κόψιμο του σκοινιού.

Θέση (III): Θα είναι: $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} - T_2 - w_1 + T_1 - w_2 = 0 \Rightarrow F_{ελ} = w_1 + w_2 \Rightarrow k \cdot \Delta \ell_0 = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g \quad (1)$ δηλ καταλήγουμε (όπως ήταν αναμενόμενο στη σχέση (1)).

Όταν κοπεί το νήμα το Σ_2 θα εκτελέσει α.α.τ με τη θέση (III) - που είναι ίδια με την (I) - ακραία θέση της ταλάντωσής του (αφού εκεί $u = 0$).

Έστω πως η θέση (IV) είναι η Θ.Ι.Τ της ταλάντωσής του.

$$\text{Θα είναι: } \Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ(2)} - w_2 = 0 \Rightarrow k(\Delta \ell_0 - x_2) = m_2 \cdot g \Rightarrow k \cdot \Delta \ell_0 - k \cdot x_2 = m_2 \cdot g \xrightarrow{(1)} \rightarrow$$



$$m_1 \cdot g + m_2 \cdot g - k \cdot x_2 = m_2 \cdot g \Rightarrow m_1 \cdot g = k \cdot x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{m_1 \cdot g}{k} \quad (4)$$

$$\text{Οπότε: } E_2 = \frac{1}{2} D \cdot A_2^2 \xrightarrow{D=k \text{ και } A_2=x_2} E_2 = \frac{1}{2} k \cdot x_2^2 \xrightarrow{(4)} E_2 = \frac{1}{2} k \left(\frac{m_1 \cdot g}{k} \right)^2 \Rightarrow E_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1^2 \cdot g^2}{k} \quad (5)$$

$$\text{Διαιρώντας κατά μέλη τις (3) και (5) παίρνουμε: } \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{m_2^2 \cdot g^2}{k}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{m_1^2 \cdot g^2}{k}} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

B2. Σωστό το α

$$\left. \begin{aligned} f_{\delta 1} &= |f - f_1| \\ f_{\delta 2} &= |f - f_2| \end{aligned} \right\} \xrightarrow{f_{\delta 1} = f_{\delta 2} = f_{\delta}} |f - f_1| = |f - f_2| \Rightarrow \begin{cases} f - f_1 = f - f_2 \Rightarrow f_1 = f_2 \text{ απορρίπτεται} \\ f - f_1 = -f + f_2 \Rightarrow 2f = f_1 + f_2 \Rightarrow f = \frac{f_1 + f_2}{2} \end{cases}$$

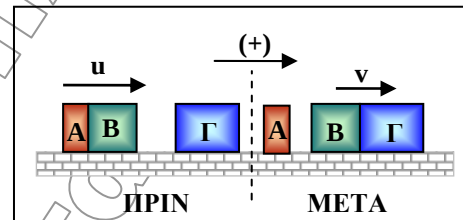
B3. Σωστό το α

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο για την κρούση των σωμάτων.

$$\text{Θα είναι: } \vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow (m_1 + m_2)u = (m_2 + m_3)v \Rightarrow$$

$$(m_1 + m_2)u = (m_2 + 4 \cdot m_1) \frac{u}{3} \Rightarrow 3 \cdot m_1 + 3 \cdot m_2 = m_2 + 4 \cdot m_1 \Rightarrow$$

$$m_1 = 2 \cdot m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2$$



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η εξίσωση κίνησης του σημείου Μ λόγω της συμβολής των κυμάτων είναι:

$$y = 2A \cdot \sin 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$$

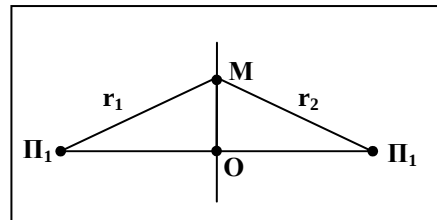
$$y = 2A \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{2r_1}{2\lambda} \right)$$

Μας δίνεται όμως ότι: $y = 0,2 \eta \mu 2\pi(5t - 10)$

Με σύγκριση των δυο σχέσεων έχουμε: $2A = 0,2 \Rightarrow A = 0,1 \text{ m}$

$$\frac{t}{T} = 5t \Rightarrow T = 0,2 \text{ s και } f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,2} \Rightarrow f = 5 \text{ Hz} \quad \text{Επίσης: } u = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{u}{f} = \frac{2}{5} \Rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m}$$

$$\text{Και } \frac{2r_1}{2\lambda} = 10 \Rightarrow r_1 = 10\lambda \Rightarrow r_1 = 10 \cdot 0,4 \Rightarrow r_1 = (\Pi_1 M) = 4 \text{ m}$$



$$\text{Γ2. Για το O έχουμε: } y_{(O)} = 2A \cdot \sin 2\pi \frac{\frac{d}{2} - \frac{d}{2}}{2\lambda} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\frac{d}{2} + \frac{d}{2}}{2\lambda} \right) \Rightarrow y_{(O)} = 2A \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{2\lambda} \right)$$

$$\text{Οπότε: } \phi_{(O)} = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{2\lambda} \right) = 2\pi(5 \cdot t - 1,25)$$

Για το M: $\varphi_{(M)} = 2\pi(5 \cdot t - 10)$

Οπότε: $\Delta\varphi = \varphi_{(O)} - \varphi_{(M)} = 2\pi(5t - 1,25) - 2\pi(5t - 10) = 10\pi t - 2,5\pi - 10\pi t - 20\pi \Rightarrow \Delta\varphi = 17,5\pi \text{ rad}$

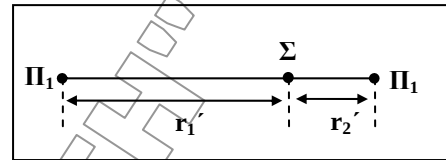
Γ3. Έστω Σ σημείο του ευθ. Τμήματος Π₁Π₂ που ταλαντώνεται με πλάτος 2Α.

Θα είναι:
$$\left. \begin{aligned} r_1' - r_2' &= N\lambda \\ r_1' + r_2' &= d \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(+)} 2r_1' = N\lambda + d \Rightarrow r_1' = \frac{N\lambda}{2} + \frac{d}{2} \Rightarrow$$

$r_1' = 0,2N + 0,5$

Αλλά πρέπει: $0 \leq r_1' \leq d \Rightarrow 0 \leq 0,2N + 0,5 \leq d \Rightarrow -2,5 \leq N \leq 2,5$

άρα N = -2, -1, 0, 1, 2 δηλαδή **5 σημεία**



Γ4. Τα κύματα θα φτάσουν στο M ταυτόχρονα τη στιγμή:

$r_1 = u \cdot t \Rightarrow t = \frac{r_1}{u} = \frac{4}{2} \Rightarrow t = 2 \text{ s}$

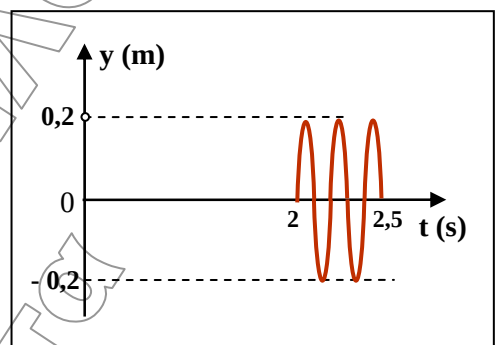
Οπότε y = 0 για 0 ≤ t ≤ 2s

Τα κύματα θα συμβάλλουν τη στιγμή t = 2s και συνεπώς

για 2s ≤ t ≤ 2,5s θα είναι: y = 0,2ημ2π(5t - 10)

Το M θα έχει ταλαντωθεί για χρόνο Δt = 2,5 - 2 = 0,5 s

$\Delta t = kT \Rightarrow k = \frac{\Delta t}{T} = \frac{0,5}{0,2} \Rightarrow k = 2,5 \text{ περίοδοι}$



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για το σύστημα τροχαλία, m₁, m₂, m₃ έχουμε:

Για το m₁: ΣF = m₁a ⇒ T₁ - m₁g = m₁a (1)

Για τα m₂, m₃:

ΣF = (m₂ + m₃)a ⇒ (m₂ + m₃)g - T₂ = (m₂ + m₃)a (2)

Τροχαλία: Στ = I · α_{γων} ⇒ (T₂' - T₁')R = I · α_{γων} ⇒

$(T_2 - T_1)R = \frac{M \cdot R^2}{2} \cdot \alpha_{\text{γων}} \Rightarrow T_2 - T_1 = \frac{M \cdot a}{2}$ (3)

Με πρόσθεση κατά μέλη των (1), (2) (3) έχουμε:

$(m_2 + m_3 - m_1)g = (m_1 + m_2 + m_3 + \frac{M}{2})a \Rightarrow a = 0$

Συνεπώς οι m₁, m₂, m₃ ισορροπούν η δε τροχαλία δεν περιστρέφεται.

Για να μην εκτελούν και μεταφορική κίνηση θα

πρέπει: ΣF = 0 ⇒ F = (M + m₁ + m₂ + m₃)g

Που θα συμβαίνει όταν το σύστημα ράβδος, m_A, m_Γ παραμένει οριζόντιο. (ισορροπεί)

Για το σύστημα ράβδου m_A, m_Γ.

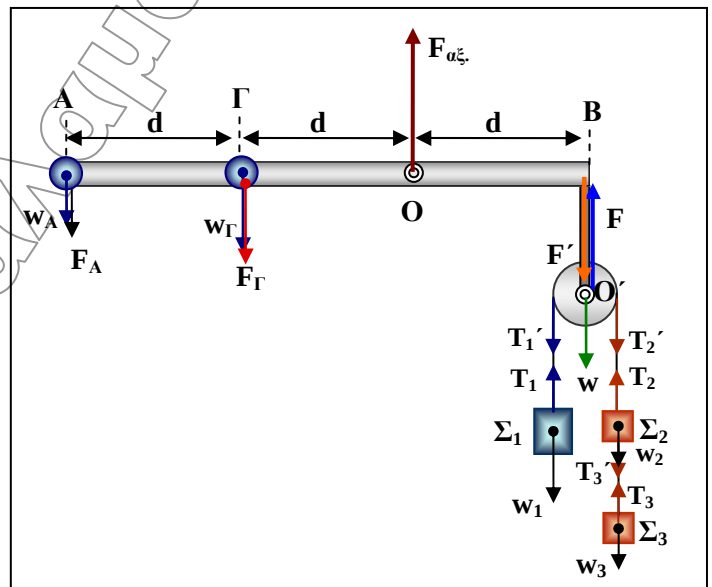
Λόγω της στήριξης της ράβδου στον άξονα O, το σύστημα μπορεί να εκτελέσει μόνο στροφική κίνηση.

Είναι: Στ_(O) = -F' · d + F_{αξ} · 0 + w_Γ · d + w_A · 2d (1)

Αλλά F' = F = (M + m₁ + m₂ + m₃)g λόγω της ισορροπίας του συστήματος τροχαλίας, m₁, m₂, m₃.

Οπότε από την (1) έχουμε:

$\Sigma\tau_{(O)} = -(M + m_1 + m_2 + m_3)g \cdot d + w_{\Gamma} \cdot d + w_A \cdot 2d = -8 \cdot 10 \cdot 1 + 6 \cdot 10 \cdot 1 + 1 \cdot 10 \cdot 2 \Rightarrow \Sigma\tau_{(O)} = 0$



Άρα η ράβδος θα παραμένει οριζόντια αλλά και το σύστημα τροχαλίας, m_1 , m_2 , m_3 θα ισορροπούν. Δηλαδή όλη η διάταξη θα ισορροπεί.

Για την απόδειξη θεωρήσαμε:

$T_1 = T_1'$, $T_2 = T_2'$, $T_3 = T_3'$ γιατί είναι δυνάμεις που ασκούν αβαρή μη εκτατά νήματα.

$F = F'$ γιατί είναι δυνάμεις δράσης – αντίδρασης

Και πως στη ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις (επαφής) F_A , F_B ίσες με τα βάρη w_A , w_B αντίστοιχα αφού αυτή ισορροπεί.

Δ2. Όταν κοπεί το Ο'Β θα καταργηθεί η δύναμη F' και η ράβδος θα αρχίσει να περιστρέφεται.

Για τη νέα θέση θα έχουμε για τη ράβδο:

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \tau_{wA} + \tau_{w\Gamma} = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$m_A \cdot g \cdot d_1 + m_{\Gamma} \cdot g \cdot d_2 = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{g(m_A \cdot d_1 + m_{\Gamma} \cdot d_2)}{I} \quad (1)$$

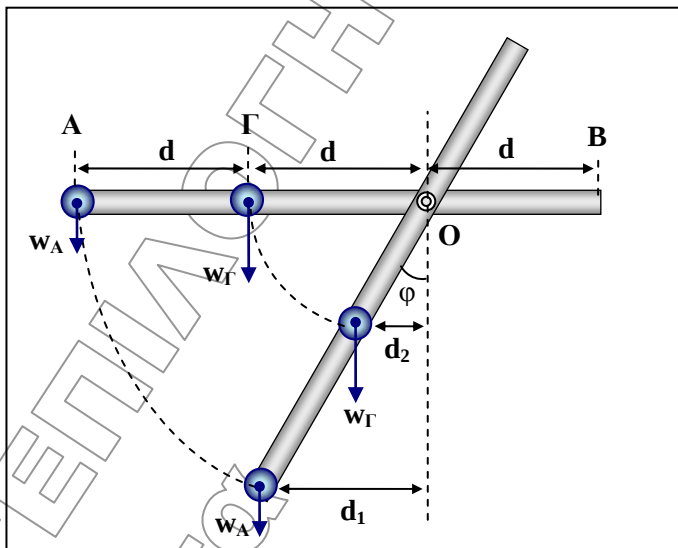
Είναι: $d_1 = 2d \cdot \eta\mu\phi = 1 \text{ m}$, $d_2 = d \cdot \eta\mu\phi = 0,5 \text{ m}$

$$\text{Και } I = m_A \cdot (2d)^2 + m_{\Gamma} \cdot d^2 = 1 \cdot 4 \cdot 1 + 6 \cdot 1 \Rightarrow$$

$$I = 10 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Οπότε από (1) παίρνουμε:

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{10(1 \cdot 1 + 6 \cdot 0,5)}{10} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 4 \text{ rad/s}^2$$



Δ3. Εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε για το σύστημα της ράβδου με τις m_A , m_{Γ} από την οριζόντια μέχρι την κατακόρυφη θέση.

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi.)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\epsilon\lambda.)} \Rightarrow K_{(\alpha\rho\chi.)} + U_{\beta\alpha\rho(\alpha\rho\chi.)} = K_{(\tau\epsilon\lambda.)} + U_{\beta\alpha\rho(\tau\epsilon\lambda.)} \Rightarrow$$

$$0 + (m_A + m_{\Gamma}) \cdot g \cdot 2d = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 + m_{\Gamma} \cdot g \cdot d \Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2[(m_A + m_{\Gamma})g \cdot 2d - m_{\Gamma} \cdot g \cdot d]}{I}} \Rightarrow$$

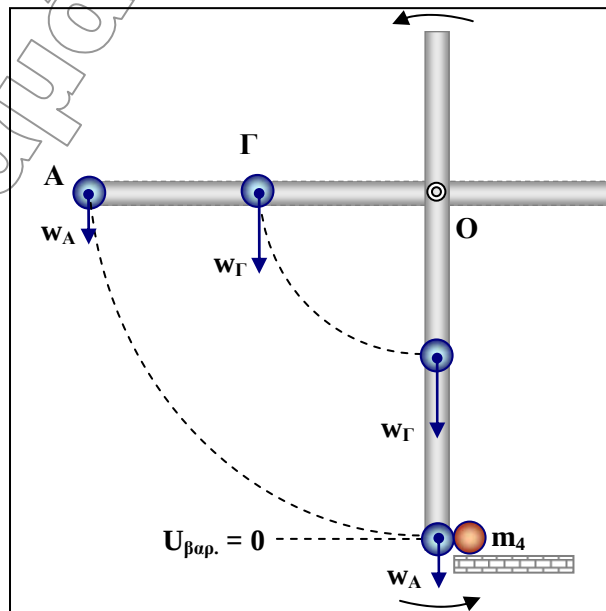
$$\omega = \sqrt{\frac{2[(1+6) \cdot 10 \cdot 2 \cdot 1 - 6 \cdot 10 \cdot 1]}{10}} \Rightarrow \omega = 4 \text{ rad/s}^2$$

Α.Δ.Στροφορμής για την κρούση:

$$\vec{L}_{\alpha\rho\chi.} = \vec{L}_{\tau\epsilon\lambda.} \Rightarrow I \cdot \omega = I' \cdot \omega' \Rightarrow \omega' = \frac{I \cdot \omega}{I'} = \frac{I \cdot \omega}{I + m_4(2d)^2} \Rightarrow$$

$$\omega' = \frac{10 \cdot 4}{10 + 5 \cdot 4} \Rightarrow \omega' = \omega = \frac{4}{3} \text{ rad/s}$$

$$\text{Άρα: } u_A = \omega' \cdot 2d = \frac{4}{3} \cdot 2 \Rightarrow u_A = \frac{8}{3} \text{ m/s}$$



Δ4. Όταν κοπεί το νήμα η τροχαλία θα αρχίσει να περιστρέφεται και τα σώματα m_1 , m_2 θα κινούνται μεταφορικά.

Λόγω του νήματος, τα σώματα θα αποκτήσουν ίσες επιταχύνσεις που θα είναι ίσες με την επιτρόχια επιτάχυνση των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας. Δηλαδή θα είναι: $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_{\epsilon\pi} = \alpha$.

Επίσης λόγω του αβαρούς νήματος θα είναι:

$$T_1 = T_1', T_2 = T_2'$$

Για την τροχαλία (στροφική κίνηση):

$$\Sigma \tau_{(O)} = I_{\text{τρ}} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_1 R - T_2 R = \frac{1}{2} M R^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$T_1 - T_2 = \frac{1}{2} M \cdot \alpha \quad (1) \quad (\alpha = \alpha_{\epsilon} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R)$$

Για το m_1 :

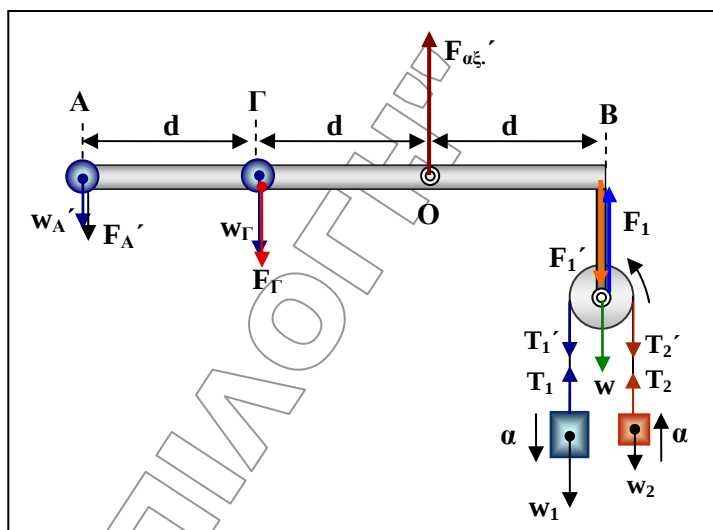
$$\Sigma F = m_1 \cdot \alpha \Rightarrow w_1 - T_1 = m_1 \cdot \alpha \Rightarrow$$

$$m_1 g - T_1 = m_1 \cdot \alpha \quad (2)$$

Για το m_2 :

$$\Sigma F = m_2 \cdot \alpha \Rightarrow T_2 - w_2 = m_2 \cdot \alpha \Rightarrow$$

$$T_2 - m_2 g = m_2 \cdot \alpha \quad (3)$$



Προσθέτοντας τις (1), (2), (3) έχουμε: $m_1 g - m_2 g = \frac{1}{2} M \cdot \alpha + m_1 \cdot \alpha + m_2 \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{(m_1 - m_2)g}{\frac{M}{2} + m_1 + m_2} \Rightarrow$

$$\alpha = \frac{(2-1) \cdot 10}{\frac{4}{2} + 2 + 1} \Rightarrow \alpha = 2 \text{ m/s}^2$$

Οπότε από (2) έχουμε: $T_1 = m_1(g - \alpha) = 2(10 - 2) \Rightarrow T_1 = 16 \text{ N}$

Από (3) έχουμε: $T_2 = m_2(g + \alpha) = 1(10 + 2) \Rightarrow T_2 = 12 \text{ N}$

Η τροχαλία μεταφορικά ισορροπεί, οπότε: $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_1 - T_1' - T_2' - w = 0 \Rightarrow F_1 = T_1 + T_2 + M \cdot g \Rightarrow$

$$F_1 = 16 + 12 + 40 \Rightarrow F_1 = 68 \text{ N} = F_1' \quad (\text{δράση - αντίδραση})$$

Για την ισορροπία της ράβδου: $\Sigma \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow -F_1' \cdot d + F_{A\xi} \cdot 0 + w_{\Gamma} \cdot d + w_A \cdot 2d = 0 \Rightarrow$

$$-F_1' \cdot d + m_{\Gamma} \cdot g \cdot d + m \cdot g \cdot 2d = 0 \Rightarrow m = \frac{F_1' \cdot d - m_{\Gamma} \cdot g \cdot d}{2gd} = \frac{68 \cdot 1 - 6 \cdot 10 \cdot 1}{2 \cdot 10 \cdot 1} \Rightarrow m = 0,4 \text{ Kg}$$

Επιμέλεια απαντήσεων:

Λογιώτης Σταύρος

Οικονόμου Θανάσης

Φυσικοί

Φροντιστήριο Μ.Ε «ΕΠΙΛΟΓΗ» - Καλαμάτα

<http://www.epil.gr>