

**ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
 ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
 (ΟΜΑΔΑ Α΄)
 ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
 ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
 ΤΡΙΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2011
 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι
 ΕΣΠΕΡΙΝΑ**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. α. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 65

β. i. $v_1 + v_2 + \dots + v_k = v$

ii. $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$

A2. α. Σωστό, **β.** Λάθος, **γ.** Σωστό, **δ.** Λάθος.

A3. α. $(x^a)' = a \cdot x^{a-1}$, με $a \in \mathbb{R}^*$, $x > 0$

β. $(\epsilon\phi x)' = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$, με $x \in \mathbb{R} - \left\{ k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

γ. $\int_a^b \eta\mu x \, dx = \sigma\upsilon\nu a - \sigma\upsilon\nu b$

ΘΕΜΑ Β

B1.

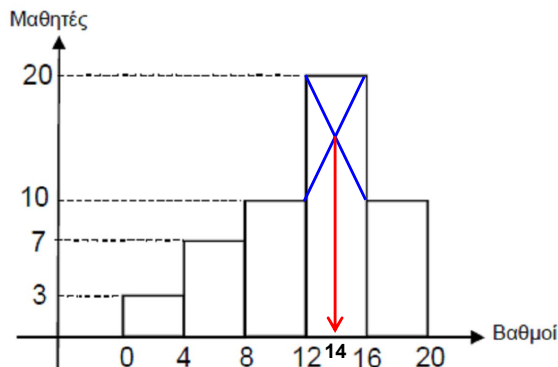
Ηλικίες	v_i	N_i	$f_i\%$	K_i	$K_i \cdot v_i$
$[0, 4)$	3	3	6	2	6
$[4, 8)$	7	10	14	6	42
$[8, 12)$	10	20	20	10	100
$[12, 16)$	20	40	40	14	280
$[16, 20)$	10	50	20	18	180
ΣΥΝΟΛΑ	50		100		608

B2. $\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{608}{50} = 12,16$

B3. $f_3\% + f_4\% = 40\% + 20\% = 60\%$

άρα το 60% των μαθητών έχουν βαθμό τουλάχιστον 12.

B4.



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

$$f'(x) = \left(\frac{x+1}{x-1} \right)' = \frac{(x+1)'(x-1) - (x+1)(x-1)'}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{x-1 - (x+1)}{(x-1)^2} = \frac{x-1-x-1}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

Γ2. $\int_2^3 \frac{-2}{(x-1)^2} dx = \int_2^3 f'(x) dx = [f(x)]_2^3 = f(3) - f(2) = 2 - 3 = -1$

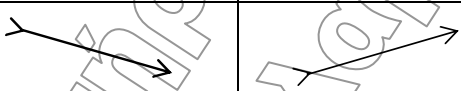
Γ3. Είναι $f'(x) < 0$ για κάθε $x > 1$,
 άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα στα $(1, +\infty)$

$$2010 < 2011 \xrightarrow{f \downarrow} f(2010) > f(2011)$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $\alpha = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-3} = -4$

Δ2. $f(x) = x^2 - 4x + 5$
 $f'(x) = 2x - 4$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$
$f(x)$			

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 2]$, ενώ η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[2, +\infty)$.

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 2$ την τιμή
 $f(2) = 4 - 8 + 5 = 1$

Δ3. Η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο το $f(2) = 1$, άρα
 $f(x) \geq 1 > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Δ4. $E = \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 (x^2 - 4x + 5) dx$

$$= \int_0^2 x^2 dx - 4 \int_0^2 x dx + 5 \int_0^2 1 dx$$

$$= \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^2 - 4 \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^2 + 5[x]_0^2$$

$$= \frac{8}{3} - 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = \frac{8}{3} + 2 = \frac{14}{3} \text{ τ.μ.}$$