

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\theta'(t) = (t - 4\sqrt{t} + \alpha)' = 1 - 4 \frac{1}{2\sqrt{t}} = 1 - \frac{2}{\sqrt{t}} = \frac{\sqrt{t} - 2}{\sqrt{t}}, t \in (0, 24]$

• $\theta'(t) < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{t} - 2}{\sqrt{t}} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} - 2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} < 2 \Leftrightarrow t < 4$

άρα η θεροκρασία μειώνεται για $t \in (0, 4]$

• $\theta'(t) > 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{t} - 2}{\sqrt{t}} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} - 2 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} > 2 \Leftrightarrow t > 4$

άρα η θεροκρασία αυξάνεται για $t \in (4, 24]$

Γ2. $\theta_{\min} = \theta(4) \Leftrightarrow -1 = \alpha - 4 \Leftrightarrow \alpha = 3$

Γ3. $\theta(t) = 0 \Leftrightarrow t - 4\sqrt{t} + 3 = 0 \xrightarrow{\sqrt{t}=x} x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow$
 $x = 1 \text{ ή } x = 3$

• $x = 1 \Leftrightarrow \sqrt{t} = 1 \Leftrightarrow t = 1 \rightarrow 01:00$

• $x = 3 \Leftrightarrow \sqrt{t} = 3 \Leftrightarrow t = 9 \rightarrow 09:00$

Γ4. $\lim_{t \rightarrow 4} \frac{\theta'(t)}{t^2 - 16} = \lim_{t \rightarrow 4} \frac{\frac{\sqrt{t} - 2}{\sqrt{t}}}{t^2 - 16} = \lim_{t \rightarrow 4} \frac{\sqrt{t} - 2}{\sqrt{t} \cdot (t^2 - 16)}$
 $= \lim_{t \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{t} - 2)(\sqrt{t} + 2)}{\sqrt{t}(t - 4)(t + 4)(\sqrt{t} + 2)}$
 $= \lim_{t \rightarrow 4} \frac{\cancel{t - 4}}{\sqrt{t}(\cancel{t - 4})(t + 4)(\sqrt{t} + 2)}$
 $= \lim_{t \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{t}(t + 4)(\sqrt{t} + 2)} = \frac{1}{64}$

Δ3.

Κλάσεις	x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$	$x_i v_i$
[25 , 35)	30	5	10	5	10	150
[35 , 45)	40	15	30	20	40	600
[45, 55)	50	10	20	30	60	500
[55 , 65)	60	20	40	50	100	1200
ΣΥΝΟΛΑ	-	50	100	-	-	2450

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{2450}{50} = 49$$

Η μέση τιμή των ηλικιών είναι **49** χρόνια.

Δ4. Έστω ότι προσλαμβάνονται x άτομα που ανήκουν στην 1^η κλάση
Ο πίνακας τότε διαμορφώνεται ως εξής:

Κλάσεις	x_i	v_i	$x_i v_i$
[25 , 35)	30	$5 + x$	$150 + 30x$
[35 , 45)	40	15	600
[45, 55)	50	10	500
[55 , 65)	60	20	1200
ΣΥΝΟΛΑ	-	$50 + x$	$2450 + 30x$

$$\bar{x}' = \frac{\sum x_i v_i'}{v'} \Leftrightarrow 40 = \frac{2450 + 30x}{50 + x} \Leftrightarrow$$

$$40(50 + x) = 2450 + 30x \Leftrightarrow$$

$$2000 + 40x = 2450 + 30x \Leftrightarrow$$

$$40x - 30x = 2450 - 2000 \Leftrightarrow$$

$$10x = 450 \Leftrightarrow x = 45$$

Άρα για να γίνει η μέση ηλικία 40 χρόνια, **πρέπει να προσληφθούν 45 άτομα που ανήκουν στην πρώτη κλάση.**