

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β' ΚΥΚΛΟΥ
ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ
ΤΡΙΤΗ 4 ΜΑΪΟΥ 2010
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A.1. $\bar{x} = \frac{2 + 6 + 6+x + 11 + 11 + 12+x}{6} \Leftrightarrow 9 = \frac{2x + 48}{6} \Leftrightarrow$

$2x + 48 = 54 \Leftrightarrow 2x = 6 \Leftrightarrow x = 3$

A.2. Για $x = 3$ οι τιμές γίνονται : 2 , 6 , 9 , 11 , 11 , 15

$\delta = \frac{9 + 11}{2} = \frac{20}{2} = 10$

A.3. εύρος = $15 - 2 = 13$
επικρατούσα τιμή = 11

A.4. $s^2 = \frac{(9-2)^2 + (9-6)^2 + (9-9)^2 + (9-11)^2 + 2 + (9-15)^2}{6} = \frac{102}{6} = 17$

$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{17} \cong 4,12$

A.5. $CV = \frac{s}{\bar{x}} 100\% \cong \frac{4,12}{9} 100\% = 45,78\% > 10\%$

άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Β

B.1. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 6^+} (\ln x + 3x - \lambda) = \ln 1 + 3 - \lambda = 3 - \lambda.$

B.2. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - x^2}{1 - \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x(1 - x)(1 + \sqrt{x})}{(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x(1 - x)(1 + \sqrt{x})}{1 - x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} [x(1 + \sqrt{x})] = 2.$

B.3. Για να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ πρέπει $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

άρα $2 = 3 - \lambda \Leftrightarrow \lambda = 1$

B.4. Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 1$ πρέπει

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$

άρα πρέπει $\mu^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow \mu^2 = 1 \Leftrightarrow \mu = \pm 1.$

ΘΕΜΑ Γ

$$\begin{aligned}
 \Gamma.1. f'(x) &= [e^x(x^2 - 3)]' = (e^x)'(x^2 - 3) + e^x(x^2 - 3)' \\
 &= e^x(x^2 - 3) + 2xe^x = e^x(x^2 + 2x - 3)
 \end{aligned}$$

$$\Gamma.2. f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = -3$$

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
f'(x)	+	○	-	○	+
f(x)					

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, 1]$ και $[-3, +\infty)$,
ενώ η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1, -3]$.

Γ.3. Η f παρουσιάζει τοπ. μέγιστο για $x = -3$ την τιμή

$$f(-3) = e^{-3}[(-3)^2 - 3] = \frac{6}{e^3}$$

Η f παρουσιάζει τοπ. ελάχιστο για $x = 1$ την τιμή

$$f(1) = e^1(1^2 - 3) = -2e$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta.1. \text{ Πρέπει } f'(1) = 0 \Leftrightarrow 1 - 3 + \lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = 2$$

$$\Delta.2. f'(x) = x^2 - 3x + 2$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = 2$$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
f'(x)	+	○	○	+	
f(x)	↗		↘		↗

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, 1]$ και $[2, +\infty)$,
ενώ η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1, 2]$.

- τοπ. μέγιστο για $x = 1$
- τοπ. ελάχιστο για $x = 2$

$$\Delta.3. 1 < \frac{6}{5} < \frac{3}{2} < 2 \xRightarrow{f \downarrow \text{ στο } (1, 2)} f\left(\frac{6}{5}\right) > f\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$2 < 4 < 6 \xRightarrow{f \uparrow \text{ στο } (2, +\infty)} f(4) < f(6)$$