

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β' ΚΥΚΛΟΥ

ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΡΙΤΗ 4 ΜΑΪΟΥ 2010

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A.1. εύρος = $8 - 2 = 6$

A.2. $\bar{x} = \frac{5 + 3 + 7 + 2 + 5 + 8}{6} = \frac{30}{6} = 5$

A.3. Αν γράψουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά οι «μεσαίες» παρατηρήσεις στις θέσεις 3^η και 4^η είναι 5, άρα $\delta = \frac{5 + 5}{2} = 5$.

A.4. επικρατούσα τιμή = 5

A.5. $s^2 = \frac{(5-2)^2 + (5-3)^2 + (5-5)^2 \cdot 2 + (5-7)^2 + (5-8)^2}{6} = \frac{26}{6} = \frac{13}{3}$

ΘΕΜΑ Β

B.1. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2 - x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{-(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{-1} = -4$

B.2. $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (6 - \sqrt{x+2}) = 4$

B.3. $\lim_{x \rightarrow 2} [g(x) + 8x] = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) + \lim_{x \rightarrow 2} 8x = 4 + 16 = 20$

B.4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-1} = 4 = \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1. $f(0) = 3 \cdot 0 - 8 = -8$

$f(4) = 3 \cdot 4 - 8 = 12 - 8 = 4$

$f(16) = \frac{16 - 4}{\sqrt{16} - 2} = \frac{12}{2} = 6$

Γ.2. $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (3x - 8) = 4$

$$\begin{aligned}
 \Gamma.3. \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x}+2) = 4
 \end{aligned}$$

$$\Gamma.4. \text{Είναι } \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = f(4) = 4,$$

άρα η **f** είναι συνεχής στο $x_0 = 4$.

$$\Gamma.5. \text{Για } x < 4 \text{ είναι } f'(x) = (3x-8)' = 3, \text{ άρα } f'(0) = 3.$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta.1. f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - x + \alpha + \frac{1}{3} \right)' = x^2 - 1$$

$$f''(x) = (x^2 - 1)' = 2x$$

$$\Delta.2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) + f''(x)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + 2x}{x+1} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\Delta.3. f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
f'(x)	+	○	○	+
f(x)	↙	↘	↗	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, -1]$ και $[1, +\infty)$,
ενώ η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[-1, 1]$.

Παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = -1$ και

Τοπικό ελάχιστο για $x = 1$.

$$\Delta.4. f(-1) = 3f(1) \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{3}(-1)^3 - (-1) + \alpha + \frac{1}{3} = 3\left(\frac{1}{3} - 1 + \alpha + \frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow$$

$$-\frac{1}{3} + 1 + \alpha + \frac{1}{3} = 1 - 3 + 3\alpha + 1 \Leftrightarrow$$

$$2\alpha = 2 \Leftrightarrow$$

$$\alpha = 1$$