

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
(ΟΜΑΔΑ Α΄)
ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΕΜΠΤΗ 27 ΜΑΪΟΥ 2010
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι
ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 175

A2. α. Λάθος, β. Σωστό, γ. Σωστό, δ. Λάθος.

A3. α. $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$, με $g(x) \neq 0$

β. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, με $x > 0$

γ. $(e^x)' = e^x$

δ. $(\sin x)' = \cos x$

ΘΕΜΑ Β

B1.

x_i	v_i	$f_i\%$	Αθρ. συχν.	Αθρ.σχ. συχν.	$x_i \cdot v_i$
0	8	16	8	16	0
1	10	20	18	36	10
2	15	30	33	66	30
3	10	20	43	86	30
4	5	10	48	96	20
5	2	4	50	100	10
ΣΥΝΟΛΑ	50	100			100

B2. $\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{100}{50} = 2$

B3. Αν γράψουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά η 25^{η} και η 26^{η} παρατήρηση είναι το 2, άρα $\delta = 2$.

B4. $v_3 + v_4 + v_5 = 15 + 10 + 5 = 30$

$f_3\% + f_4\% + f_5\% = 30\% + 20\% + 10\% = 60\%$

Άρα 30 μαθητές ή το 60% των μαθητών απουσίαζαν από 2 ως και 4 μέρες.

ΘΕΜΑ Γ

$$\begin{aligned} \Gamma 1. \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)(x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x+1} = \frac{-2}{2} = -1. \end{aligned}$$

$$\Gamma 2. \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x+3} + \alpha) = \sqrt{4} + \alpha = \alpha + 2$$

Γ3. Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 1$ πρέπει

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow -1 = \alpha + 2 = \alpha + 2 \Leftrightarrow \alpha = -3$$

$$\Gamma 4. \text{Για } \alpha = -3 \text{ είναι } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}, & x \in (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \\ \sqrt{x+3} - 3, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$$

$$f(0) = \frac{0^2 - 4 \cdot 0 + 3}{0^2 - 1} = \frac{3}{-1} = -3 \quad \text{και} \quad f(6) = \sqrt{6+3} - 3 = 3 - 3 = 0$$

$$A = 3 \cdot f(0) + 2 \cdot f(6) = 3 \cdot (-3) + 2 \cdot 0 = -9 + 0 = -9$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \alpha x + \beta$$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \alpha x + \beta \right)' = x^2 - 5x + \alpha$$

$$\bullet A(0, 1) \in C_f \Leftrightarrow f(0) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3}0^3 - \frac{5}{2}0^2 + \alpha \cdot 0 + \beta = 1 \Leftrightarrow \beta = 1$$

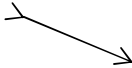
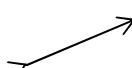
$$\bullet \text{Η } f \text{ παρουσιάζει ακρότατο στο } x_0 = 2, \text{ άρα } f'(2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$2^2 - 5 \cdot 2 + \alpha = 0 \Leftrightarrow 4 - 10 + \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = 6$$

Για $\alpha = 6$ και $\beta = 1$

$$\Delta 2. f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x + 1 \quad \text{και} \quad f'(x) = x^2 - 5x + 6$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ ή } x = 3$$

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
f'(x)	+	○	-	○	+
f(x)					

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, 2]$ και $[3, +\infty)$,
ενώ η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[2, 3]$.

Δ3. Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = 2$ την τιμή

$$f(2) = \frac{1}{3}2^3 - \frac{5}{2}2^2 + 6 \cdot 2 + 1 = \frac{8}{3} - 10 + 12 + 1 = \frac{17}{3}$$

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 3$ την τιμή

$$f(3) = \frac{1}{3}3^3 - \frac{5}{2}3^2 + 6 \cdot 3 + 1 = 9 - \frac{45}{2} + 18 + 1 = \frac{11}{2}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta 4. \int_1^2 f(x) dx &= \int_1^2 \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x + 1 \right) dx \\
 &= \frac{1}{3} \int_1^2 x^3 dx - \frac{5}{2} \int_1^2 x^2 dx + 6 \int_1^2 x dx + \int_1^2 1 dx \\
 &= \frac{1}{3} \left[\frac{x^4}{4} \right]_1^2 - \frac{5}{2} \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^2 + 6 \left[\frac{x^2}{2} \right]_1^2 + [x]_1^2 \\
 &= \frac{1}{3} \left(\frac{16}{4} - \frac{1}{4} \right) - \frac{5}{2} \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{3} \right) + 6 \left(\frac{4}{2} - \frac{1}{2} \right) + (2 - 1) \\
 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{15}{4} - \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{3} + 6 \cdot \frac{3}{2} + 1 \\
 &= \frac{5}{4} - \frac{35}{6} + 9 + 1 \\
 &= \frac{15}{12} - \frac{70}{12} + \frac{108}{12} + \frac{12}{12} \\
 &= \frac{65}{12}
 \end{aligned}$$