

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')
ΔΕΥΤΕΡΑ 18 ΜΑΪΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

Θέμα 1ο

- Α. Θεωρία βιβλίου σελ. 150
 Β. Θεωρία βιβλίο σελ. 65
 Γ. α. → Λάθος
 β. → Σωστό
 γ. → Λάθος
 δ. → Σωστό
 ε. → Σωστό

Θέμα 2ο

α. $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i}{4}$.

Άρα

$$4 = \frac{2 \cdot 6 + 3 \cdot v_2 + 5 \cdot 3 + 8 \cdot 4}{6 + v_2 + 3 + 4} \Leftrightarrow 4 = \frac{12 + 3v_2 + 15 + 32}{13 + v_2} \Leftrightarrow 52 + 4v_2 = 59 + 3v_2 \Leftrightarrow v_2 = 7$$

β. $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 v_i}{n} = \frac{(2-4)^2 \cdot 6 + (3-4)^2 \cdot 7 + (5-4)^2 \cdot 3 + (8-4)^2 \cdot 4}{20} =$

$$= \frac{24 + 7 + 3 + 64}{20} = \frac{98}{20} = 4,9$$

γ. $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{4,9}}{4} = \frac{2,2}{4} > 10\%$. Άρα δεν είναι ομοιογενές.

Θέμα 3ο

Έχω $f'(x) = 3x^2 - 12x + \alpha$

$f''(x) = 6x - 12$

α. $2f''(x) + f'(x) + 15 = 3x^2$

$$2(6x-12) + 3x^2 - 12x + \alpha + 15 = 3x^2$$

$$12x - 24 - 12x + \alpha + 15 = 0$$

$$\alpha = 9$$

β. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 12x + 9}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x^2 - 4x + 3)}{x^2 - 1} =$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)(x-3)}{(x-1)(x+1)} = \frac{3(-2)}{2} = -3$$

γ. Αφού η εφαπτομένη είναι παράλληλη στην ευθεία $\psi = -3x$ θα έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης δηλαδή

$$\lambda_{\epsilon\varphi} = -3 \Leftrightarrow f'(x_0) = -3 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 12x_0 + 9 = -3 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 3 = -1 \Leftrightarrow$$

$$x_0^2 - 4x_0 + 4 = 0 \Leftrightarrow (x_0 - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2.$$

Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης είναι:

$$\psi - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$\psi - f(2) = f'(2)(x - 2)$$

$$\psi - (8 - 24 + 18 - 7) = -3(x - 2)$$

$$\psi + 5 = -3x + 6$$

$$\psi = -3x + 1$$

Θέμα 4ο

Α. α. $f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2} = \frac{2-x}{x}$ και $x > 0$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2 - x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow 2 - x < 0 \Leftrightarrow x > 2$$

Άρα $f \uparrow$ στο $(0, 2]$ και $f \downarrow$ στο $[2, +\infty)$

β. Η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο $x_0 = 2$ το
 $f(2) = \ln 2 - 1 + \lambda^2 - 6\lambda + 2 = \ln 2 + \lambda^2 - 6\lambda + 1.$

Β. α. Επειδή $2 < 3 < 4 < 5 < 8$ και $f \downarrow$ στο $[2, +\infty)$

Έχουμε $f(2) > f(3) > f(4) > f(5) > f(8)$ ή

$$f(8) < f(5) < f(4) < f(3) < f(2).$$

$$\begin{aligned}
 \text{Άρα } R &= f(2) - f(8) = \left(\ln 2 - 1 + \lambda^2 - 6\lambda + 2 \right) - \left(\ln 8 - \frac{8}{2} + \lambda^2 - 6\lambda + 2 \right) = \\
 &= \ln 2 - 1 + \cancel{\lambda^2} - \cancel{6\lambda} + \cancel{2} - \ln 8 + 4 - \cancel{\lambda^2} + \cancel{6\lambda} - \cancel{2} = \ln \frac{2}{8} + 3 = \ln \frac{1}{4} + 3. \\
 \delta &= f(4) = \ln 4 - \frac{4}{2} + \lambda^2 - 6\lambda + 2 = \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda
 \end{aligned}$$

β. $R + \delta < -2$

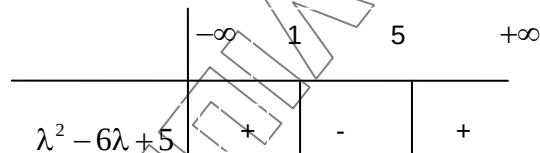
$$\begin{aligned}
 \ln \frac{1}{4} + 3 + \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda &< -2 \\
 -\cancel{\ln 4} + 3 + \cancel{\ln 4} + \lambda^2 - 6\lambda &< -2 \\
 \lambda^2 - 6\lambda + 5 &< 0
 \end{aligned}$$

Οι ρίζες είναι $\lambda = 1$ ή $\lambda = 5$

Άρα $1 < \lambda < 5$. Αλλά $\lambda \in \Omega$.

Άρα $\lambda \in \{2, 3, 4\}$.

$$\text{Άρα } P_{(\Lambda)} = \frac{3}{100}.$$



Επιμέλεια απαντήσεων:
Δραγώνας Μπάμπης
Γκιούλος Θεόδωρος
Μαθηματικοί

Φροντιστήριο Μ.Ε «ΕΠΙΛΟΓΗ» - Καλαμάτα