

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 7 ΙΟΥΛΙΟΥ 2009
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1°

- Α. Σχολικό βιβλίο σελίδα 151
 Β. α. Σχολικό βιβλίο σελίδα 14
 β. Σχολικό βιβλίο σελίδα 85
 Γ. α. Σωστό αν $\ell = 0$ ή $\ell = \nu$, Λάθος σε κάθε άλλη περίπτωση,
 β. Σωστό, γ. Σωστό, δ. Λάθος, ε. Σωστό.

ΘΕΜΑ 2°

α. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (ax^3 - 8) = a - 8$
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -7 \Leftrightarrow a - 8 = -7 \Leftrightarrow \mathbf{a = 1}$

β. Για $a = 1$ είναι $f(x) = x^3 - 8$

i. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$
 $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x^2 - 2x + 4)}{x - 2}$
 $= \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2x + 4)$
 $= 4 + 4 + 4$
 $= \mathbf{12}$

ii. $x_0 = 2$

$$y_0 = f(2) = 2^3 - 8 = 0$$

$$f'(x) = (x^3 - 8)' = 3x^2$$

$$\lambda = f'(2) = 3 \cdot 2^2 = 12$$

$$(\epsilon) : y - y_0 = \lambda(x - x_0) \Leftrightarrow$$

$$(\epsilon) : y - 0 = 12(x - 2) \Leftrightarrow$$

$$(\epsilon) : \mathbf{y = 12x - 24}$$

ΘΕΜΑ 3^ο

α. • $\alpha_1 = \frac{v_1}{v} 360^\circ \Leftrightarrow 50^\circ = \frac{v_1}{72} 360^\circ \Leftrightarrow 50 = 5v_1 \Leftrightarrow v_1 = 10$

• $\alpha_2 = \frac{v_2}{v} 360^\circ \Leftrightarrow 30^\circ = \frac{v_2}{72} 360^\circ \Leftrightarrow 30 = 5v_2 \Leftrightarrow v_2 = 6$

• $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = v$ άρα

$10 + 6 + v_3 + 3v_3 = 72 \Leftrightarrow 4v_3 = 56 \Leftrightarrow$

$v_3 = 14$ και $v_4 = 42$

β. • $\alpha_3 = \frac{v_3}{v} 360^\circ = \frac{14}{72} 360^\circ \Leftrightarrow \alpha_3 = 70^\circ$

• $\alpha_4 = \frac{v_4}{v} 360^\circ = \frac{42}{72} 360^\circ \Leftrightarrow \alpha_4 = 210^\circ$

γ.

x_i	v_i	N_i	$x_i v_i$
x_1	10	10	$10x_1$
x_2	6	16	$6x_2$
x_3	14	30	$14x_3$
x_4	42	72	$42x_4$
ΣΥΝΟΛΑ	72		$10x_1 + 6x_2 + 14x_3 + 42x_4$

• $R = x_4 - x_1$

• $\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{10x_1 + 6x_2 + 14x_3 + 42x_4}{72}$

- Από τη στήλη N_i προκύπτει ότι αν γράψουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά, οι "μεσαίες" παρατηρήσεις (θέσεις 36^η και 37^η) είναι x_4 , άρα $\delta = x_4$.

$$\begin{aligned}
 10R + 72\bar{x} &= 10(x_4 - x_1) + 72 \frac{10x_1 + 6x_2 + 14x_3 + 42x_4}{72} \\
 &= 10x_4 - 10x_1 + 10x_1 + 6x_2 + 14x_3 + 42x_4 \\
 &= 52x_4 + 6x_2 + 14x_3 \\
 &= 52x_4 + 6 \cdot (-7) + 14 \cdot 3 \\
 &= 52x_4 - 42 + 42 \\
 &= 52\delta
 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 4^ο

A.α. $f'(x) = (v^3x + 4x^{-2})' = v^3 - 8x^{-3}$
 $= v^3 - \frac{8}{x^3} = \frac{v^3x^3 - 8}{x^3}, x \in (0, 1).$

Για $x \in (0, 1) : f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{v^3x^3 - 8}{x^3} > 0 \Leftrightarrow$
 $v^3x^3 - 8 > 0 \Leftrightarrow v^3x^3 > 8 \Leftrightarrow$
 $x^3 > \frac{8}{v^3} \Leftrightarrow x^3 > \left(\frac{2}{v}\right)^3 \Leftrightarrow x > \frac{2}{v}$

x	0	$\frac{2}{v}$	1
f'(x)		-	+
f(x)	↖		↗

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\left(\frac{2}{v}, 1\right)$, ενώ
 είναι γνησίως φθίνουσα στο $\left(0, \frac{2}{v}\right)$.

β. Η f παρουσιάζει ελάχιστο για $x = \frac{2}{v}$ την τιμή

$$f\left(\frac{2}{v}\right) = v^3 \frac{2}{v} + \frac{4}{\left(\frac{2}{v}\right)^2} = 2v^2 + \frac{4}{\frac{4}{v^2}} = 2v^2 + v^2 = 3v^2$$

Άρα για κάθε $x \in (0, 1)$ είναι :

$$f(x) \geq f\left(\frac{2}{v}\right) \Leftrightarrow$$

$$f(x) \geq 3v^2$$

Β.α.* Προφανώς $P(A) > 0$

* αν $P(A) = 1$, τότε η $v^3 P(A) + \frac{4}{P^2(A)} = 3v^2$ γίνεται

$$v^3 + 4 = 3v^2 \Leftrightarrow v^3 - 3v^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow v = -1 \text{ ή } v = 2$$

Από το δειγματικό χώρο Ω προκύπτει ότι $v \in \mathbb{N}$,

άρα $v = 2$ και $N(A) = -22 \rightarrow$ άτοπο

* αν $0 < P(A) < 1$, τότε $v^3 P(A) + \frac{4}{P^2(A)} = 3v^2 \Leftrightarrow f(P(A)) = 3v^2$

• αν $0 < P(A) < \frac{2}{v} \Rightarrow f(P(A)) > f\left(\frac{2}{v}\right) \Leftrightarrow f(P(A)) > 3v^2 \rightarrow$ άτοπο

• αν $\frac{2}{v} < P(A) < 1 \Rightarrow f\left(\frac{2}{v}\right) < f(P(A)) \Leftrightarrow f(P(A)) > 3v^2 \rightarrow$ άτοπο

άρα $P(A) = \frac{2}{v} \Leftrightarrow \frac{N(A)}{v} = \frac{2}{v} \Leftrightarrow N(A) = 2 \Leftrightarrow$

$$v^2 - 9v - 8 = 2 \Leftrightarrow v^2 - 9v - 10 = 0 \Leftrightarrow v = 10 \text{ ή } v = -1$$

Από το δειγματικό χώρο Ω προκύπτει ότι

το v είναι φυσικός αριθμός άρα $v = 10$

και $P(A) = \frac{2}{10} \Leftrightarrow P(A) = \frac{1}{5}$.

β. 1^{ος} τρόπος

$$\begin{aligned}
 P(A' \cup B) &= P(A') + P(B) - P(A' \cap B) \\
 &= 1 - P(A) + P(B) - P(B - A) \\
 &= 1 - P(A) + P(B) - [P(B) - P(A \cap B)] \\
 &= 1 - P(A) + P(B) - P(B) + P(A \cap B) \\
 &= 1 - P(A) + P(A \cap B) \\
 &= 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{29}{30}
 \end{aligned}$$

2^{ος} τρόπος

Από το διάγραμμα Venn προκύπτει ότι $A' \cup B = (A \cap B)'$.

$$\begin{aligned}
 P(A' \cup B) &= P((A \cap B)') \\
 &= P((A - B)') \\
 &= 1 - P(A - B) \\
 &= 1 - [P(A) - P(A \cap B)] \\
 &= 1 - P(A) + P(A \cap B) \\
 &= 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{29}{30}
 \end{aligned}$$

