

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
 ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
 ΠΕΜΠΤΗ 22 ΜΑΪΟΥ 2008
 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
 ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

Θέμα 1^ο

A. Θεωρία σελ. 28

B. Θεωρία σελ. 96 αν $x > 0$, $CV = \frac{S}{\bar{x}}$
 αν $x < 0$, $CV = \frac{S}{|\bar{x}|} = \frac{S}{-\bar{x}}$

Γ. $\alpha \rightarrow$ Λάθος

$\beta \rightarrow$ Λάθος

$\gamma \rightarrow$ Σωστό

$\delta \rightarrow$ Σωστό

$\varepsilon \rightarrow$ Σωστό

Θέμα 2^ο

α. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x f(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x}{x^2 - 1} \cdot \frac{x-1}{e^x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}$

β. $f'(x) = \left(\frac{x-1}{e^x} \right)' = \frac{(x-1)' e^x - (x-1)(e^x)'}{(e^x)^2} = \frac{e^x - (x-1)e^x}{(e^x)^2} = \frac{e^x [1 - (x-1)]}{(e^x)^2} =$

$\frac{1-x+1}{e^x} = \frac{2-x}{e^x}$. Άρα $e^x f'(x) = e^x \frac{2-x}{e^x} = 2-x$.

γ. Επειδή $f'(x) = \frac{2-x}{e^x}$ και $e^x > 0$ το πρόσημο της f' εξαρτάται μόνο από $2-x$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2-x = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow 2-x < 0 \Leftrightarrow x > 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Άρα η f έχει μέγιστο για $x = 2$ το $f(2) = \frac{2-1}{e^2} = \frac{1}{e^2}$.

Θέμα 3^ο

α. $\bar{x}_A = \frac{20+26+24+22+18}{5} = \frac{110}{5} = 22$ χιλ. ώρες

$\bar{x}_B = \frac{26+32+19+20+23}{5} = \frac{120}{5} = 24$ χιλ. ώρες

β. Αφού η μπαταρία τύπου Α έχει $\bar{x}_A = 22$ χιλ. ώρες και κοστίζει 38 ευρώ τότε κάθε χιλιάδα κοστίζει κατά μέσο όρο Ευρώ $= \frac{38}{22}$ Ευρώ $= \frac{19}{11}$ €. Ενώ του τύπου Β θα κοστίζει $\frac{40}{24}$ Ευρώ $= \frac{5}{3}$ € και επειδή $\frac{19}{11} > \frac{5}{3} \Leftrightarrow 57 > 55$. Η τύπο Β κοστίζει λιγότερο, άρα συμφέρει να αγοράσουμε τον τύπο Β.

γ. $S_A^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x}_A)^2}{5} = \frac{(20-22)^2 + (26-22)^2 + (24-22)^2 + (22-22)^2 + (18-22)^2}{5}$
 $= \frac{4+16+4+16}{5} = \frac{40}{5} = 8$. Άρα $S_A = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

$S_B^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x}_B)^2}{5} = \frac{(26-24)^2 + (32-24)^2 + (19-24)^2 + (20-24)^2 + (23-24)^2}{5}$
 $= \frac{4+64+25+16+1}{5} = \frac{110}{5} = 22$. Άρα $S_B = \sqrt{22}$.

δ. $CV_A = \frac{S_A}{|\bar{x}_A|} = \frac{\sqrt{8}}{22} = \frac{2\sqrt{2}}{22} = \frac{\sqrt{2}}{11} = \sqrt{2} \frac{1}{11}$
 $CV_B = \frac{S_B}{|\bar{x}_B|} = \frac{\sqrt{22}}{24} = \frac{\sqrt{2} \sqrt{11}}{24} = \sqrt{2} \frac{\sqrt{11}}{24}$

Συγκρίνω το $\frac{1}{11}$ με το $\frac{\sqrt{11}}{24} \cong \frac{3,3}{24}$. Προφανώς $\frac{3,3}{24} > \frac{1}{11}$ άρα $CV_B > CV_A$.
 Άρα μεγαλύτερη ομοιογένεια παρουσιάζει το Α.

Θέμα 4^ο

Βαπτίζουμε ενδεχόμενα.

A «κάτοικος της πόλης, διαβάζει την εφημερίδα α»

B «κάτοικος της πόλης, διαβάζει την εφημερίδα β»

$$P(A) = 0,5$$

$$P(A - B) = 0,3 \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = 0,3$$

α. Το ενδεχόμενο «να μην διαβάζει την εφημερίδα α ή να διαβάζει την εφημερίδα β» είναι το $A' \cup B$.

$$\begin{aligned} \text{Άρα } P(B \cup A') &= P(B) + P(A') - P(B \cap A') = P(B) + 1 - P(A) - P(B - A) = \\ &= P(B) + 1 - P(A) - (P(B) - P(A \cap B)) = \cancel{P(B)} + 1 - P(A) - \cancel{P(B)} + P(A \cap B) = \\ &= 1 - (P(A) - P(A \cap B)) = 1 - 0,3 = 0,7. \end{aligned}$$

β. Επειδή $B \subseteq B \cup A' \rightarrow P(B) \leq P(B \cup A')$ άρα $P(B) \leq 0,7$.

$$\text{Επειδή } P(A) = 0,5 \text{ και } P(A) - P(A \cap B) = 0,3 \Rightarrow P(A \cap B) = 0,2 = \frac{1}{5}.$$

$$\text{Επειδή } A \cap B \subseteq B \Rightarrow P(A \cap B) \leq P(B) \Leftrightarrow \frac{1}{5} \leq P(B).$$

γ. $f'(x) = 3x^2 - x + P(B)$.

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 1 - 12P(B)$$

$$\text{Επειδή } \frac{1}{5} \leq P(B) \leq \frac{7}{10} \Leftrightarrow -\frac{12}{5} \geq -12P(B) \geq -\frac{12}{10} \Leftrightarrow -7\frac{12}{10} \leq -12P(B) \leq -\frac{13}{5}$$

$$1 - \frac{84}{10} \leq 1 - 12P(B) \leq 1 - \frac{12}{5} \Leftrightarrow 1 - \frac{42}{5} \leq 1 - 12P(B) \leq -\frac{7}{5} < 0$$

Άρα $\Delta < 0$ άρα η $f' > 0$ (αφού $\alpha = 3 > 0$) για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Άρα η f γίνεται αύξουσα οπότε δεν έχει ακρότατα.

Επιμέλεια απαντήσεων:
Δραγώνας Μπάμπης – Μαθηματικός
Γκιούλος Θεόδωρος – Μαθηματικός
Φροντιστήριο Μ.Ε «ΕΠΙΛΟΓΗ» - Καλαμάτα
<http://www.epil.gr>