

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΙΟΥΝΙΟΥ 2007
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1°

A. Σχολικό βιβλίο σελίδα 28

B. α. Σχολικό βιβλίο σελίδα 148

β. i) 1, ii) 0.

Γ.1. α. ΣΩΣΤΟ β. ΣΩΣΤΟ γ. ΣΩΣΤΟ

Γ.2. $f_1'(x) = e^x$, $f_2'(x) = -\frac{1}{x^2}$, $f_3'(x) = \sin x$, $f_4'(x) = 0$.

ΘΕΜΑ 2°

α. Πρέπει $x^2 - x + 1 \neq 0$, που ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$, διότι $\Delta = -8 < 0$.

Άρα $x \in \mathbb{R}$

β. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{x^2 - x + 1} = \frac{-1}{(-1)^2 - (-1) + 1} = -\frac{1}{3}$

γ. $f'(x) = \left(\frac{x}{x^2 - x + 1} \right)' = \frac{(x)' \cdot (x^2 - x + 1) - x \cdot (x^2 - x + 1)'}{(x^2 - x + 1)^2}$
 $= \frac{x^2 - x + 1 - x \cdot (2x - 1)}{(x^2 - x + 1)^2} = \frac{1 - x^2}{(x^2 - x + 1)^2}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1 - x^2}{(x^2 - x + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow 1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$		-	+	-
$f(x)$		↘	↗	↘

Τ. ελ.

Τ. μ.

Η f είναι γν. φθίνουσα στα $(-\infty, -1]$ και $[1, +\infty)$,
 ενώ είναι γν. αύξουσα στο $[-1, 1]$.

τοπ. ελάχιστο $f(-1) = \frac{-1}{(-1)^2 - (-1) + 1} = -\frac{1}{3}$

τοπ. μέγιστο $f(1) = \frac{1}{1^2 - 1 + 1} = 1$

ΘΕΜΑ 3°

α. • $0 \leq \ln(x-1) < \ln 3 \Leftrightarrow \ln 1 \leq \ln(x-1) < \ln 3$

και επειδή η συνάρτηση $g(x) = \ln x$ είναι γν. αύξουσα

$$1 \leq x-1 < 3 \Leftrightarrow 2 \leq x < 4, \text{ άρα } A = \{2, 3\}$$

• $(x^2 - 5x)(x-1) = -6(x-1) \Leftrightarrow (x^2 - 5x)(x-1) + 6(x-1) = 0 \Leftrightarrow$
 $(x-1)(x^2 - 5x + 6) = 0 \Leftrightarrow x-1 = 0 \text{ ή } x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow$
 $x = 1 \text{ ή } x = 2 \text{ ή } x = 3, \text{ άρα } B = \{1, 2, 3\}$

➤ Είναι $A \subseteq B$ άρα $A - B = \emptyset$ και $P(A - B) = 0$

➤ Είναι $A' = \{1, 4, 5\}$ άρα $B \cup A' = \Omega$ και $P(B \cup A') = 1$

β. Είναι $A' = \{1, 4, 5\}$, $B' = \{4, 5\}$ άρα $A' \cup B' = A'$ και

$$P(A' \cup B') = P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{4} \Leftrightarrow P(A' \cup B') = \frac{3}{4}$$

γ. Είναι $A \cup X = B$ άρα

$$X = \{1\} = X_1 \text{ ή } X = \{1, 2\} = X_2 \text{ ή } X = \{1, 3\} = X_3 \text{ ή } X = \{1, 2, 3\} = B$$

➤ Είναι $X_1 \subseteq X_2$, $X_1 \subseteq X_3$ και $X_1 \subseteq B$,

$$\text{άρα } \min P(X) = P(X_1) = P(\{1\}) = P(B - A) = \frac{1}{8}$$

➤ Επίσης $X_1 \subseteq B$, $X_2 \subseteq B$ και $X_3 \subseteq B$,

$$\text{άρα } \max P(X) = P(B) = P(A) + P(B - A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

ΘΕΜΑ 4°

α. Αφού $n = 11$ και $\delta = 6$, τότε αν γράψουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά 5 παρατηρήσεις είναι μικρότερες ή ίσες του 6.

Έχουμε ότι οι παρατηρήσεις 2, 3, 5, 5, 5 είναι μικρότερες του 6, άρα οι παρατηρήσεις α , β , γ είναι μεγαλύτερες ή ίσες του 6.

Επομένως $6 \leq \alpha < \beta < \gamma$.

$$R = 8 \text{ άρα } \gamma - 2 = 8 \Leftrightarrow \gamma = 10$$

*Η μεγαλύτερη τιμή είναι το γ και όχι το 8 διότι αν ήταν το 8, τότε $R = 6$.

$$\bar{x} = \frac{\sum t_i}{v} \Rightarrow 6 = \frac{41 + \alpha + \beta + \gamma}{11} \stackrel{\gamma=10}{\Leftrightarrow} 41 + \alpha + \beta + 10 = 66 \Leftrightarrow$$

$$\alpha = 15 - \beta \quad (1)$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 217 \stackrel{\gamma=10}{\Leftrightarrow}_{(1)} (15 - \beta)^2 + \beta^2 + 100 = 217 \Leftrightarrow$$

$$225 - 30\beta + \beta^2 + \beta^2 + 100 - 217 = 0 \Leftrightarrow$$

$$2\beta^2 - 30\beta + 108 = 0 \Leftrightarrow \beta^2 - 15\beta + 54 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\beta = 9 \text{ ή } \beta = 6 \text{ (απορρίπτεται διότι } 6 \leq \alpha < \beta < \gamma = 10)$$

Άρα **$\beta = 9$** .

$$(1) \stackrel{\beta=9}{\Rightarrow} \alpha = 6$$

β. Για $\alpha = 6$, $\beta = 9$ και $\gamma = 10$ οι παρατηρήσεις είναι :

2, 3, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10

$$s_x^2 = \frac{(2-6)^2 + (3-6)^2 + (5-6)^2 \cdot 3 + (6-6)^2 \cdot 2 + (7-6)^2 + (8-6)^2 + (9-6)^2 + (10-6)^2}{11}$$

$$= \frac{16 + 9 + 3 + 0 + 1 + 4 + 9 + 16}{11} = \frac{58}{11}, \text{ άρα}$$

$$s_x = \sqrt{\frac{58}{11}}$$

$$CV_x = \frac{s_x}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\frac{58}{11}}}{6} \Rightarrow CV_x^2 = \frac{\frac{58}{11}}{36} = \frac{29}{198} > \frac{1}{100}$$

άρα $CV_x > \frac{1}{10}$, επομένως **το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.**

γ. Από εφαρμογή σχολικού βιβλίου έχουμε

$$\bullet \bar{y} = c_1 \cdot \bar{x} + c_2 \stackrel{\substack{\bar{x}=6 \\ \bar{y}=9}}{\Leftrightarrow} 9 = 6c_1 + c_2 \quad (2)$$

$$\bullet s_y = c_1 \cdot s_x \stackrel{s_y = 2s_x}{\Leftrightarrow} 2 \cdot s_x = c_1 \cdot s_x \stackrel{s_x \neq 0}{\Leftrightarrow} c_1 = 2$$

$$(2) \stackrel{c_1=2}{\Rightarrow} 9 = 12 + c_2 \Leftrightarrow c_2 = -3.$$