

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΙΟΥΝΙΟΥ 2007
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ(4)**

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x)=x$ είναι $f'(x)=1$.

Μονάδες 8

- B. α.** Να δώσετε τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου A κάποιου δειγματικού χώρου Ω .

Μονάδες 4

- β.** Να δώσετε τις αριθμητικές τιμές των παρακάτω πιθανοτήτων:

i) $P(\Omega)$ ii) $P(\emptyset)$.

Μονάδες 3

- Γ1.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα, το οποίο αντιστοιχεί στην κάθε πρόταση.

- α.** Έστω ότι έχουμε ένα δείγμα μεγέθους n και ότι $f_i, i=1,2,\dots,k$, είναι οι αντίστοιχες σχετικές συχνότητες των τιμών x_i μιας μεταβλητής. Αν α_i είναι το αντίστοιχο τόξο ενός κυκλικού τμήματος στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, τότε:

$$\alpha_i = 360 \cdot f_i, \text{ για } i=1,2,\dots,k.$$

Μονάδες 2

β. Αν f, g είναι παραγωγίσιμες συναρτήσεις με $g(x) \neq 0$,

$$\text{τότε ισχύει } \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}.$$

Μονάδες 2

γ. Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .

Μονάδες 2

Γ2. Να γράψετε στο τετράδιό σας τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

$f_1(x) = e^x$ όπου x πραγματικός.

$f_2(x) = \frac{1}{x}$ όπου $x \neq 0$.

$f_3(x) = \eta \mu x$ όπου x πραγματικός.

$f_4(x) = c$ όπου x πραγματικός και c σταθερά.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$.

α. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x)$.

Μονάδες 5

β. Να βρεθεί το όριο $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

Μονάδες 8

γ. Να εξετασθεί η συνάρτηση $f(x)$ ως προς τη μονοτονία και να βρεθούν τα ακρότατά της.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Θεωρούμε τα ενδεχόμενα A, B του Ω τα οποία ορίζονται ως εξής:

$$A = \{x \in \Omega / 0 \leq \ln(x-1) < \ln 3\},$$

$$B = \{x \in \Omega / (x^2 - 5x) \cdot (x-1) = -6 \cdot (x-1)\}.$$

α. Να βρεθούν οι πιθανότητες $P(A-B)$ και $P(B \cup A')$.

Μονάδες 8

β. Αν $P(A) = \frac{1}{4}$, να υπολογιστεί η πιθανότητα $P(A' \cup B')$.

Μονάδες 7

γ. Αν $P(A) = \frac{1}{4}$ και $P(B-A) = \frac{1}{8}$, να βρεθεί η μικρότερη και η μεγαλύτερη τιμή της πιθανότητας $P(X)$, όπου X είναι ενδεχόμενο του Ω τέτοιο ώστε $A \cup X = B$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Έστω $x_1, x_2, \dots, x_{11}$ ένα δείγμα με παρατηρήσεις:

$$7, 5, \alpha, 2, 5, \beta, 8, 6, \gamma, 5, 3,$$

όπου α, β, γ φυσικοί αριθμοί με $\alpha < \beta < \gamma$. Δίνεται ότι η μέση τιμή, η διάμεσος και το εύρος των παρατηρήσεων είναι $\bar{x} = 6$, $\delta = 6$ και $R = 8$ αντίστοιχα.

α. Να βρεθούν οι τιμές των α, β, γ , έτσι ώστε να ισχύει $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 217$.

Μονάδες 8

β. Για τις τιμές των α, β, γ , που βρέθηκαν στο προηγούμενο ερώτημα, ναδειχθεί ότι η τυπική απόκλιση του δείγματος είναι ίση με $s_x = \sqrt{\frac{58}{11}}$ και να εξετασθεί αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 8

- γ. Έστω $y_1, y_2, \dots, y_{11}$ οι παρατηρήσεις που προκύπτουν αν πολλαπλασιάσουμε τις $x_1, x_2, \dots, x_{11}$ επί μια θετική σταθερά c_1 και στη συνέχεια προσθέσουμε μια σταθερά c_2 . Αν $\bar{y}=9$ και $s_y=2s_x$, να βρεθούν οι τιμές των σταθερών c_1 και c_2 .

Μονάδες 9

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.**
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μετά τη 10:00' πρωινή.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ