

**ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ
 Β' ΚΥΚΛΟΥ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
 ΤΕΤΑΡΤΗ 14 ΙΟΥΝΙΟΥ 2006
 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
 ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ**

ΘΕΜΑ 1

α) $CV = 20\% \text{ ή } \frac{S}{\bar{x}} = 0,2 \text{ ή } \frac{4}{0,2} = \bar{x} \Leftrightarrow \bar{x} = 20$

β) $\bar{x} = \frac{16 + 14 + 22 + 18 + 20 + a}{5} \Leftrightarrow 20 \cdot 5 = 90 + a \Leftrightarrow a = 10$

γ) 14, 16, 18, 22, 30 διάμεσος $\delta = 18$

δ) Δεν είναι ομοιογενές το δείγμα αφού ο CV ξεπερνά το 10%

ΘΕΜΑ 2

$f(x) = 4x^3 - 12x + 2006, x \in \mathbb{R}$

α) $F(x) = \frac{4x^4}{4} - \frac{12x^2}{2} + 2006x + C, C \in \mathbb{R} \text{ δηλ.}$
 $F(x) = x^4 - 6x^2 + 2006x + C$

β) Ο ρυθμός μεταβολής της f για κάθε $x \in \mathbb{R}$ είναι $f'(x) = 12x^2 - 12$

γ) $f'(x) = 0 \text{ ή } 12(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ ή } x = 1$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
f'(x)		+	0	-	0	+
f(x)						

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, -1]$

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[-1, 1]$

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[1, +\infty)$

ΘΕΜΑ 3

α) Επειδή $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - 4)a = 0$ και $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 2) = 0$ προκύπτει απροσδιόριστη μορφή $\left(\frac{0}{0}\right)$, οπότε

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} a = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} a = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x + 2)a = 4a$$

β) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax + \beta) = 2a + \beta$

γ) Η f είναι συνεχής στο $x_0 = 2$ αν και μόνο αν

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \end{cases}$$

$$\text{δηλαδή } 4a = 4 \Leftrightarrow a = 1$$

και

$$2 + \beta = 4 \Leftrightarrow \beta = 4 - 2 \Leftrightarrow \beta = 2$$

δ)
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & x > 2 \\ 4, & x = 2 \\ x + 2, & x < 2 \end{cases}$$

$$f(0) = 0 + 2 = 2$$

$$f(3) = \frac{3^2 - 4}{3 - 2} = 5$$

ΘΕΜΑ 4

α) Αν u το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση x θα ισχύει
 $u + x = 50 \Leftrightarrow 50 - x$ (1)

Εμβαδό πλακιδίου $E = \frac{1}{2}x \cdot u$ ή λόγω (1)

$$E(x) = \frac{1}{2}x(50 - x), \quad 0 < x < 50$$

β) $E(x) = \frac{1}{2}x(50 - x)$ ή $E(x) = \frac{1}{2}(50x - x^2)$

$$E'(x) = 0 \Leftrightarrow 25 - x = 0 \Leftrightarrow x = 25$$

x	0	25	50
E'(x)	+	0	-
E(x)		↖ ↗ 312,5 μέγιστο	

Για $x = 25$ το $E(x)$ γίνεται μέγιστο

γ) Για $x = 25$ $E(25) = \frac{1}{2} 25(50 - 25) = \frac{1}{2} 25 \cdot 25 = 312,5 \text{ cm}^2$