

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 8 ΙΟΥΛΙΟΥ 2005
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΘΕΜΑ 1ο

Α.

1. Έστω μία συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Αν η f είναι συνεχής στο Δ και $f'(x) = 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε να αποδείξετε ότι η f είναι σταθερή σε όλο το διάστημα Δ .

Μονάδες 12

2. Έστω A ένα υποσύνολο του $\mathbb{R}$. Τι ονομάζουμε πραγματική συνάρτηση με πεδίο ορισμού το A ;

Μονάδες 3

Β. Για καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της και ακριβώς δίπλα την ένδειξη (Σ), αν η πρόταση είναι σωστή, ή (Λ), αν αυτή είναι λανθασμένη.

1. Αν $z = x+yi$, με $x, y \in \mathbb{R}$, τότε: $|\bar{z}| = |-z|$.

Μονάδες 2

2. Αν $z = \alpha + \beta i$, τότε: $z + \bar{z} = \alpha$, για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 2

3. Αν $x \neq 0$, τότε ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = -\infty$.

Μονάδες 2

4. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \varepsilon\phi x$. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}_1 = \mathbb{R} - \{x \mid \sigma\upsilon\nu x = 0\}$ και ισχύει:

$$f'(x) = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}.$$

Μονάδες 2

5. Αν υπάρχει το όριο της συνάρτησης f στο $x_0 \in \mathbb{R}$, τότε: $\lim_{x \rightarrow x_0} (k f(x)) = k \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))$, για κάθε σταθερά $k \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται ο μιγαδικός αριθμός $z = \frac{x + 3i}{2 - i}$, $x \in \mathbb{R}$.

- α. Να βρείτε το x , ώστε ο αριθμός z να είναι φανταστικός.

Μονάδες 10

- β. Αν $x = -6$, να αποδείξετε ότι ο z είναι πραγματικός αριθμός.

Μονάδες 6

- γ. Αν $x = 4$, να βρείτε το $|\bar{z}|$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} -x^3 + 1 & , x < 1 \\ x^4 - 1 & , x \geq 1 \end{cases}$.

- α. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη συνέχεια.

Μονάδες 6

β. Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f .

Μονάδες 10

γ. Να εξετάσετε, αν η συνάρτηση f ικανοποιεί τις υποθέσεις του θεωρήματος Rolle στο διάστημα $[-1, 2]$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{kx - x^2}{4}$, $x \in \mathbb{R}$, της οποίας η εφαπτομένη της γραφικής της παράστασης στο σημείο $O(0,0)$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 1$.

α. Να αποδείξετε ότι $k = 4$.

Μονάδες 7

β. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f έχει ολικό μέγιστο, το οποίο και να βρείτε.

Μονάδες 8

γ. Να αποδείξετε ότι στο διάστημα $(2, 4)$ υπάρχει μοναδικό σημείο ξ , στο οποίο η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f είναι παράλληλη στην ευθεία AB , όπου $A(2, f(2))$ και $B(4, f(4))$.

Μονάδες 10

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ