

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 24 ΜΑΪΟΥ 2004
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. $\alpha \rightarrow 5 \quad \beta \rightarrow 1 \quad \gamma \rightarrow 4 \quad \delta \rightarrow 3$

B. $\rightarrow \Sigma \quad \Gamma. \rightarrow \Lambda$

Δ. θεωρία σχολικού βιβλίου

ΘΕΜΑ 2^ο

$\varepsilon_1: 3x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

$\varepsilon_2: 2x + 3y - 8 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$

α) $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -1$ άρα $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$

$\beta_1) A(\alpha, 2) \in (\varepsilon_1)$ επομένως $3\alpha - 2 \cdot 2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 1$

$B(-5, \beta) \in (\varepsilon_2)$ επομένως $2(-5) + 3\beta - 8 = 0 \Leftrightarrow \beta = 6$

$\beta_2) \left. \begin{array}{l} M(1,6) \\ 3 \cdot 1 - 6 + 3 = 0 \end{array} \right\} \text{ άρα το } M(1,6) \in (\varepsilon)$

$$\gamma) \begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x - 6y = -3 \\ 4x + 6y = 16 \end{cases}$$

$$\oplus \quad 13x = 13 \Leftrightarrow x = 1$$

$$y = 2 \quad \Sigma (1,2)$$

ΘΕΜΑ 3^ο

α) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}| \cdot \cos(\angle(\vec{\alpha}, \vec{\beta})) = 3 \cdot 2 \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 3$

β) $\vec{\alpha} + \vec{\beta} - \vec{\gamma} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\gamma} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$

$|\vec{\gamma}|^2 = |\vec{\alpha} + \vec{\beta}|^2 = \vec{\alpha}^2 + 2\vec{\alpha}\vec{\beta} + \vec{\beta}^2 = |\vec{\alpha}|^2 + 2\vec{\alpha}\vec{\beta} + |\vec{\beta}|^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 + 2^2 = 19 \Leftrightarrow |\vec{\gamma}| = \sqrt{19}$

$$\begin{aligned}
 \gamma) (\vec{\alpha} + x\vec{\beta}) \cdot (2\vec{\alpha} - x\vec{\beta}) &= 17 \Leftrightarrow 2\vec{\alpha}^2 - x\vec{\alpha}\vec{\beta} + 2x\vec{\alpha}\vec{\beta} - x^2\vec{\beta}^2 = 17 \Leftrightarrow 18 - 3x - 4x^2 - 17 = 0 \Leftrightarrow \\
 4x^2 + 3x - 1 &= 0 \Leftrightarrow x = -1 \\
 &\quad \text{ή } x = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 4^ο

α) Για $x = 0 = y$ έχω: $0^2 + 0^2 - 4 : 0 - 2\lambda : 0 = 0$

β) $x^2 + y^2 - 4x - 2\lambda y = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2\lambda y + \lambda^2 = \lambda^2 + 4 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 = \sqrt{\lambda^2 + 4}^2$

γ) Για $\lambda = 2$ ο κύκλος είναι: (c) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$

$$x = 0 \rightarrow y = 4$$

$$A(0, 4)$$

$$O(0, 0)$$

$$y = 0 \rightarrow x = 4$$

$$B(4, 0)$$

$$|\vec{OA}| = 4 = |\vec{OB}|$$

$$\begin{aligned}
 \delta) \begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 8 \\ y = -x \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + (-x-2)^2 = 8 \\ x^2 - 4x + 4 + x^2 + 4x + 4 = 8 \end{cases} \\
 &\Rightarrow 2x^2 = 0 \\
 &\Rightarrow x = 0 \quad \text{άρα και } y = 0
 \end{aligned}$$

Η ευθεία και ο κύκλος έχουν 1 μόνο κοινό σημείο το $O(0, 0)$