

**ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 2 ΙΟΥΝΙΟΥ 2004
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Θεωρία σχολ. βιβλίου σελ. 183

$B \rightarrow \Sigma \quad \Gamma \rightarrow \Lambda \quad \Delta \rightarrow \Sigma \quad E \rightarrow \Lambda \quad \Sigma \Gamma \rightarrow \Sigma$

ΘΕΜΑ 2^ο

α. Αρκεί το $\triangle A\hat{D}B$ να είναι ορθογώνιο δηλαδή να ισχύει το θεώρημα του Πυθαγόρα.
Πράγματι $AB^2 = AD^2 + BD^2$ διότι $15^2 = 12^2 + 9^2$

Άρα $\angle D = 90^\circ$ άρα AD ύψος του $\triangle AB\Gamma$ στο A .

β. στο $\triangle AB\Gamma$ ορθογώνιο τρίγωνο ισχύει:

$$(AB)^2 = (BD) \cdot (B\Gamma)$$

$$15^2 = 9 \cdot B\Gamma \Leftrightarrow B\Gamma = \frac{225}{9} = 25 \text{ άρα } B\Gamma = 25$$

$$A\Gamma^2 = B\Gamma^2 - AB^2 \Leftrightarrow A\Gamma^2 = 25^2 - 15^2 \Leftrightarrow$$

$$A\Gamma^2 = 625 - 225 \Leftrightarrow A\Gamma^2 = 400 \Leftrightarrow A\Gamma = 20$$

γ. Δηλαδή το $M\Delta$

$$M\Delta = MB - \Delta B = \frac{B\Gamma}{2} - \Delta B = \frac{25}{2} - 9 = 3,5$$

$$(AM\Delta) = \frac{12 \cdot 3,5}{2} = 6 \cdot 3,5 = 21 \text{ τ.μ}$$

ΘΕΜΑ 3^ο

α. $MB^2 - AB^2 = MA^2$ (1) (από το ορθογώνιο $\triangle MAB$)
όμως $MA^2 = MP \cdot MB$ (2) (MA εφαπτομένη, MB τέμνουσα)
άρα $MB^2 - AB^2 = MP \cdot MB$

β. (AN εφαπτομένη, NB τέμνουσα) από προηγούμενο ερώτημα (α) έχουμε:

$$NB^2 - AB^2 = NK \cdot NB$$

άρα $MB^2 - AB^2 = MP \cdot MB$ (από α ερώτημα)

$$NB^2 - AB^2 = NK \cdot NB$$

αφαιρούμε κατά μέλη και έχουμε:

$$MB^2 - NB^2 = MP \cdot MB - NK \cdot NB$$

$$\gamma. AN^2 = NK \cdot NB \Leftrightarrow NK = \frac{4R^2}{NB}$$

$$AM^2 = MP \cdot MB \Leftrightarrow MP = \frac{R^2}{MB}$$

$$\text{όμως } NB^2 = 8R^2 \Leftrightarrow NB = 2R\sqrt{2} \quad (\text{από ορθογώνιο } \triangle NAB \text{ θ. Πυθαγόρα})$$

$$MB^2 = 5R^2 \Leftrightarrow MB = R\sqrt{5} \quad (\text{από ορθογώνιο } \triangle MAB \text{ θ. Πυθαγόρα})$$

$$\text{δηλαδή } \frac{NK}{MP} = \frac{\frac{4R^2}{2R\sqrt{2}}}{\frac{R^2}{R\sqrt{5}}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{10}$$

$$\text{άρα } \frac{NK^2}{MP^2} = 10$$

ΘΕΜΑ 4^ο

$$\alpha) \text{ Στο } \triangle OMB \text{ ορθογώνιο τρίγωνο } OM=12 \quad OB=24 \text{ άρα } OM = \frac{OB}{2} \text{ άρα } \hat{B} = 30^\circ$$

άρα $\hat{MON} = 60^\circ$ κεντρική γωνία κανον. εξάγωνου

$$(OMN) = \frac{\pi R^2 \cdot \mu}{360} = \frac{\pi 12^2 \cdot 30}{12 \cdot 360} = 12\pi \text{ τμ}$$

$\beta) \triangle OVB$ ορθογώνιο

$$MB^2 = 24^2 - 12^2 = 576 - 144 = 432$$

$$\text{άρα } MB = \sqrt{432}$$

$$\text{όμως } \Gamma M = \frac{\Gamma O}{2} \quad (\text{Επειδή στο ορθογώνιο } \triangle O\Gamma, \quad O=30^\circ)$$

$$\Gamma O = \frac{B\Gamma}{2} \quad (\text{Επειδή στο ορθογώνιο } \triangle B\Gamma, \quad B=30^\circ)$$

$$\text{δηλ } \Gamma M = \frac{B\Gamma}{4}$$

$$\text{τότε } BM = \frac{3B\Gamma}{4} \Leftrightarrow B\Gamma = \frac{4BM}{3} = \frac{4\sqrt{432}}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{άρα } E_{\text{γραμμοσκιασμένου}} &= (\triangle OVB) - \frac{1}{4} E_{\text{κυκλου}} = \frac{B\Gamma \cdot OM}{2} - \frac{\pi \cdot R^2}{4} = \frac{\frac{4\sqrt{432}}{3} \cdot 12}{2} - \frac{\pi \cdot 12^2}{4} = \\ &= (8\sqrt{432} - 36\pi) = (96\sqrt{3} - 36\pi) \text{ τμ} \end{aligned}$$