

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΕΝΙΑΙΟΥ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 21 ΜΑΪΟΥ 2004
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1ο

A. Στον παρακάτω πίνακα, κάθε τριγωνομετρικός αριθμός της **Στήλης I** (για οποιεσδήποτε τιμές των γωνιών α, β) είναι ίσος με μια μόνο παράσταση της **Στήλης II** (δύο παραστάσεις στη **Στήλη II** περισσεύουν).

Στήλη I	Στήλη II
α. $\eta\mu(\alpha+\beta)$	1. $2 \eta\mu\alpha \sigma\upsilon\nu\alpha$
β. $\sigma\upsilon\nu(\alpha+\beta)$	2. $\sigma\upsilon\nu\alpha \sigma\upsilon\nu\beta + \eta\mu\alpha \eta\mu\beta$
γ. $\eta\mu 2\alpha$	3. $\eta\mu\alpha \sigma\upsilon\nu\beta + \sigma\upsilon\nu\alpha \eta\mu\beta$
δ. $\sigma\upsilon\nu 2\alpha$	4. $\sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$
	5. $1 + 2\sigma\upsilon\nu^2\alpha$
	6. $\sigma\upsilon\nu\alpha \sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\alpha \eta\mu\beta$

Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της **Στήλης I** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης II** που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 8

B. Με την προϋπόθεση ότι για τις γωνίες α, β ισχύει $\sigma\upsilon\nu\alpha \neq 0$, $\sigma\upsilon\nu\beta \neq 0$ και $\sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta) \neq 0$, να αποδείξετε ότι:

$$\varepsilon\varphi(\alpha + \beta) = \frac{\varepsilon\varphi\alpha + \varepsilon\varphi\beta}{1 - \varepsilon\varphi\alpha \varepsilon\varphi\beta}$$

Μονάδες 9

Για κάθε μια από τις επόμενες προτάσεις Γ. και Δ., να μεταφέρετε στο τετράδιό σας το γράμμα της και δίπλα την ένδειξη (Σ), αν αυτή είναι **Σωστή** ή (Λ), αν αυτή είναι **Λανθασμένη**.

Γ. Ο $n^{\text{ος}}$ όρος μιας αριθμητικής προόδου, με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω , είναι $\alpha_n = \alpha_1 + (n - 1)\omega$.

Μονάδες 4

Δ. Το άθροισμα των πρώτων n όρων μιας γεωμετρικής προόδου (α_n) με λόγο $\lambda \neq 1$, είναι:

$$S_n = \alpha_1 \cdot \frac{\lambda^n + 1}{\lambda - 1}$$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2ο

Το άθροισμα των πρώτων n όρων μιας αριθμητικής προόδου (α_n) είναι 12 και ο $3^{\text{ος}}$ όρος της προόδου είναι τριπλάσιος του $1^{\text{ου}}$ όρου.

α) Να αποδείξετε ότι η πρόοδος έχει πρώτο όρο $\alpha_1 = 2$ και διαφορά $\omega = 2$.

Μονάδες 10

β) Να υπολογίσετε τον α_{1002} .

Μονάδες 7

γ) Να υπολογίσετε το άθροισμα S_{60} των πρώτων εξήντα όρων της προόδου.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) 2 \sin^2 \frac{x}{2} = 1 - \cos x$$

Μονάδες 5

β) $2\sigma\upsilon\nu^2 \frac{x}{2} \cdot (2 - \sigma\upsilon\nu x) = 1 + \sigma\upsilon\nu x + \eta\mu^2 x$.

Μονάδες 10

Β. Να λύσετε την εξίσωση:

$$1 + \sigma\upsilon\nu x + \eta\mu^2 x = 0 .$$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται το πολυώνυμο:

$$P(x) = 4\alpha^2 x^3 + \frac{8}{3}(1 - \alpha^2)x^2 - x - 2, \text{ όπου } \alpha \in \mathbb{R} \text{ με } \alpha > 0,$$

για το οποίο ισχύει $P(1) = 0$.

α) Να αποδείξετε ότι: $\alpha = \frac{1}{2}$.

Μονάδες 10

β) Να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $x - 1$.

Μονάδες 8

γ) Να λύσετε την εξίσωση: $P(x) = 0$.

Μονάδες 7