

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ' ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 17 ΜΑΪΟΥ 2004
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ:

ΘΕΜΑ 1ο

A) Θεωρία από το σχολικό βιβλίο σελ. 87.

B) Θεωρία από το σχολικό βιβλίο σελ. 85

Γ) $\rightarrow \Sigma$

Δ) $\rightarrow \Lambda$

E) $A_R = \{X \in A \text{ με } g(x) \neq \theta\}$

ΣΤ) Θεωρία από το σχολικό βιβλίο σελ. 16

Z) $\lim_{x \rightarrow x_0} \eta\mu x = \eta\mu x_0, \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu x_0$

$\lim_{x \rightarrow x_0} \varepsilon\phi x = \varepsilon\phi x_0 \quad (\text{όταν } x_0 \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ με } k \in \mathbb{Z})$

ΘΕΜΑ 2ο

α) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 5x + 6) = 2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 0$

$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x - 3) = 2 - 3 = -1$

β) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)(x-3)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x-2) = 3 - 2 = 1$

γ) $f'(x) = (x^2 - 5x + 6)' = 2x - 5$

$f'(200) = 2 \cdot 200 - 5 = 395$

$g'(x) = (x - 3)' = 1 \quad g'(-1) = 1$

$K = 3 \cdot f'(200) + 819 \cdot g'(-1) = 3 \cdot 395 + 819 \cdot 1 = 1185 + 819 = 2004$

ΘΕΜΑ 3^ο

α. $\bar{x} = \frac{15 \cdot 4 + 20 \cdot 2 + 30 + 50 \cdot 3}{10} = \frac{60 + 40 + 30 + 150}{10} = \frac{280}{10} = 28$

β.

Εισπράξεις x_i	Συχνότητα V_i	Σχετική συχνότητα f_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 V_i$
15	4	0,40	-13	169	676
20	2	0,20	-8	64	128
30	1	0,10	2	4	4
50	3	0,30	22	484	1452
ΣΥΝΟΛΟ	10	1,00		721	2260

γ.

γ₁) $S^2 = \frac{2260}{10} = 226$

γ₂) $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{226} \approx 15$

ΘΕΜΑ 4^ο

α. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{1+x^2} = \frac{2}{1+0^2} = 2$

β. $f''(x) = \left(\frac{2}{1+x^2} \right)' = \frac{(2)'(1+x^2) - 2 \cdot (1+x^2)'}{(1+x^2)^2} = \frac{0 \cdot (1+x^2) - 2 \cdot 2x}{(1+x^2)^2} = \frac{-4x}{(1+x^2)^2}$

Άρα $f'_{(1)} = \frac{-4}{2^2} = -1$

γ.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		MAX	

η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 0]$ και
είναι γνησίως φθίνουσα στο $[0, +\infty)$

δ) Για $x=0$ η f έχει μέγιστο το $f(0)=2$

ε) η f έχει παράγωγο $f'(x) = \frac{-4x}{(1+x^2)^2}$ Στο $(1, f_{(1)})$ η γεωμετρική εφαπτομένη είναι $y=\lambda x+\beta$

Επειδή $f'(x) = \frac{-4}{4} = -1$, άρα $\lambda = -1$ και $f(1) = 1$

$Y = -x + \beta$, οπότε $1 = -1 \cdot 1 + \beta$ άρα $\beta = 2$ οπότε $y = -x + 2$ η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο $(1, f(1))$.