

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 29 ΜΑΪΟΥ 2004
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 43
 B. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 113
 Γ. $\alpha \rightarrow \Sigma, \quad \beta \rightarrow \Lambda, \quad \gamma \rightarrow \Sigma, \quad \delta \rightarrow \Sigma, \quad \varepsilon \rightarrow \Lambda$

ΘΕΜΑ 2^ο

A. $\vec{\gamma} = 5\vec{\alpha} - 3\vec{\beta} = 5 \cdot (5, 2) - 3 \cdot (2, 3) = (5, 10) - (6, 9) = (-1, 1)$

$$|\vec{\gamma}| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

B. Είναι: $\hat{\varepsilon\phi\omega} = \lambda_{\vec{\gamma}} = \frac{1}{-1} = -1$ άρα $\omega = 180 - 45 = 135^\circ$

Γ. $\vec{u} \perp \vec{\alpha} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{\alpha} \Leftrightarrow (\kappa^2 - \kappa) \cdot 1 + 2\kappa = 0 \Leftrightarrow \kappa^2 - \kappa + 2\kappa = 0$
 $\Leftrightarrow \kappa^2 + \kappa = 0 \Leftrightarrow \kappa(\kappa + 1) = 0$
 $\kappa = 0 \text{ ή } \kappa = -1$

ΘΕΜΑ 3^ο

A. $\alpha = 12\kappa - 5 = 12\kappa - 6 + 1 = 2(6\kappa - 3) + 1 = 2\rho + 1$ περιττός ($\rho = 6\kappa - 3 \in \mathbb{Z}$)

B. Οι δυνατές τιμές του υπολοίπου είναι $u = 0, 1, 2, 3$.

Απο ταυτότητα διαίρεσης είναι $\alpha = 5\pi + u$

- Αν $u = 0$ τότε $\alpha = 4\pi = 2 \cdot 2\pi$ άρτιος Απορρίπτεται
- Αν $u = 1$ τότε $\alpha = 4\pi + 1 = 2 \cdot 2\pi + 1 = 2\kappa + 1$ περιττός Δεκτή
- Αν $u = 2$ τότε $\alpha = 4\pi + 2 = 2(2\pi + 1) = 2\mu$ άρτιος Απορρίπτεται, ($\mu = 2\pi + 1 \in \mathbb{Z}$)
- Αν $u = 3$ τότε $\alpha = 4\pi + 3 = 2\pi + 2 + 1 = 2(\pi + 1) + 1 = 2\gamma + 1$ περιττός Δεκτή
 ($\gamma = \pi + 1, \gamma \in \mathbb{Z}$)

Άρα $u = 1 \text{ ή } 3$

Γ. Αφού $\alpha = 2\kappa - 5$

έχω: $A = [(12\kappa - 5)^2 + 15] \cdot [(12\kappa - 5)^2 - 1]$

$A = (144\kappa^2 - 120\kappa + 25 + 15) \cdot (144\kappa^2 - 120\kappa + 25 - 1)$

$$\begin{aligned}
 &= (144\kappa^2 - 120\kappa + 40) \cdot (144\kappa^2 - 120\kappa + 24) \\
 &= 8(18\kappa^2 - 15\kappa + 5) \cdot 8(18\kappa^2 - 15\kappa + 3) \\
 &= 64(18\kappa^2 - 15\kappa + 5) \cdot (18\kappa^2 - 15\kappa + 3) \\
 &= 64\lambda = \text{πολ. } 64
 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 4^ο

A. Από την (ε_2) για $x = 0$ έχω $4\psi = -16 \Rightarrow \psi = -4$

Δηλαδή A (0, -4) σημείο της (ε_2)

Η απόσταση των παράλληλων ευθειών (ε_1) , (ε_2) είναι:

$$d(A, \varepsilon_1) = \frac{|3 \cdot 0 + 4 \cdot (-4) + 6|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-16 + 6|}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$$

B. Αν (ε) η μεσοπαράλληλη των (ε_1) , (ε_2) τότε $\lambda_\varepsilon = \lambda_{\varepsilon_1} = \lambda_{\varepsilon_2} = \frac{-3}{4}$

Για $x = 2$ από την (ε_1) προκύπτει: $6 + 4y + 6 = 0 \Rightarrow y = -3$

Δηλαδή B (2, -3) σημείο της (ε_1)

Το μέσο του AB είναι $M\left(\frac{0+2}{2}, \frac{-4-3}{2}\right)$ δηλαδή $M\left(1, \frac{-7}{2}\right)$

Αλλά M σημείο της μεσοπαράλληλης, οπότε

$$(\varepsilon): y + \frac{7}{2} = \frac{-3}{4}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{-3}{4}x - \frac{11}{4}$$

Γ. Για $\psi = 0$ από (ε_1) : $3x + 6 = 0$ έχω $x = -2$

δηλαδή το κέντρο του κύκλου είναι $\kappa(-2, 0)$.

Η απόσταση του K από την (ε_2) εκφράζει το απόστημα προς την χορδή ΓΔ, οπότε

$$d(\kappa, \varepsilon_2) = \frac{|3(-2) + 4 \cdot 0 + 16|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

Το E είναι μέσο της ΓΔ οπότε:

$$(GE) = \frac{(ΓΔ)}{2} = 2\sqrt{3}$$

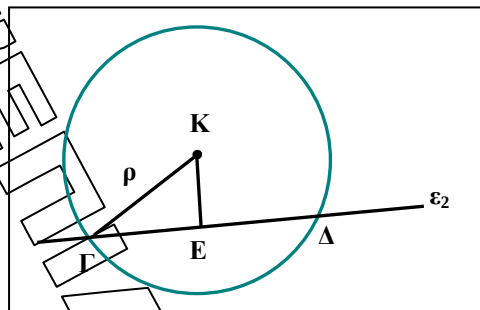
Από Πυθαγόρειο Θεώρημα στο ΚΕΓ έχω:

$$(ΚΓ)^2 = (ΚΕ)^2 + (ΓΕ)^2 \Rightarrow$$

$$\rho^2 = 2^2 + (2\sqrt{3})^2 \Rightarrow \rho^2 = 16 \Rightarrow \rho = 4.$$

Η εξίσωση του κύκλου είναι:

$$c: (x + 2)^2 + y^2 = 16$$



Επιμέλεια απαντήσεων:

Γκιούλος Θεόδωρος - Μαθηματικός

Ρούτσης Θανάσης - Μαθηματικός

Φροντιστήριο Μ.Ε «ΕΠΙΛΟΓΗ»

<http://www.epil.gr>