

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 29 ΜΑΪΟΥ 2004
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$, τα οποία δεν είναι παράλληλα προς τον άξονα $y'y$ και έχουν συντελεστές διεύθυνσης λ_1 και λ_2 αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

$$\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \lambda_2 = -1$$

Μονάδες 10

Β. Έστω δύο σημεία E και E' ενός επιπέδου. Τι ονομάζεται υπερβολή με εστίες τα σημεία E και E' στο συγκεκριμένο επίπεδο;

Μονάδες 5

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν $A \neq 0$ ή $B \neq 0$, η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία.

Μονάδες 2

β. Στην παραβολή $y^2 = 2px$, η εξίσωση της διευθετούσας είναι $x = \frac{p}{2}$.

Μονάδες 2

γ. Δίνονται οι ακέραιοι αριθμοί $\alpha, \beta, \gamma, k, \lambda$, με $\alpha \neq 0$. Αν $\alpha \mid \beta$ και $\alpha \mid \gamma$, τότε $\alpha \mid (k\beta + \lambda\gamma)$.

Μονάδες 2

δ. Αν A, B, Γ , είναι κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$, τότε το εμβαδόν του είναι:

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \left| \det \begin{pmatrix} \vec{AB} & \vec{AG} \end{pmatrix} \right|$$

Μονάδες 2

ε. Η εκκεντρότητα e της έλλειψης είναι μεγαλύτερη της μονάδας.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (1, 2)$ και $\vec{\beta} = (2, 3)$

Α. Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma} = 5\vec{a} - 3\vec{\beta}$

Μονάδες 8

Β. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το $\vec{\gamma}$ με τον άξονα $x'x$

Μονάδες 8

Γ. Να βρείτε τον αριθμό $k \in \mathbb{R}$, ώστε το διάνυσμα $\vec{v} = (k^2 - k, k)$ να είναι κάθετο στο $\vec{a}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται ο ακέραιος αριθμός $a \in 12k - 5$, όπου $k \in \mathbb{Z}$

Α. Να αποδείξετε ότι ο a είναι περιττός αριθμός

Μονάδες 7

Β. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του a διά του 4

Μονάδες 8

Γ. Να αποδείξετε ότι ο αριθμός $A = (a^2 + 15)(a^2 - 1)$ είναι πολλαπλάσιο του 64

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνονται οι παράλληλες ευθείες $\varepsilon_1: 3x + 4y + 6 = 0$ και $\varepsilon_2: 3x + 4y + 16 = 0$

Α. Να βρείτε την απόσταση των παράλληλων ευθειών ε_1 και ε_2

Μονάδες 7

Β. Να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης ευθείας των ε_1 και ε_2

Μονάδες 8

Γ. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το σημείο τομής της ευθείας ε_1 με τον άξονα $x'x$ και αποκόπτει από την ευθεία ε_2 χορδή μήκους $d = 4\sqrt{3}$

Μονάδες 10

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ