

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2004
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Απόδειξη σχολικού βιβλίου σελίδα 136

Β. $\alpha \rightarrow \Lambda$, $\beta \rightarrow \Sigma$, $\gamma \rightarrow \Sigma$, $\delta \rightarrow \Lambda$

Γ. $\alpha \rightarrow \alpha^{\frac{\mu}{\nu}}$, $\beta \rightarrow \theta$, $\gamma \rightarrow x$

Δ. Δείτε τον παρακάτω πίνακα.

x	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
ημx					
συνx					

ΘΕΜΑ 2^ο

α. $\eta\mu 2x - \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu x = 0$

$$2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x - \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu x = 0$$

$$\sigma\upsilon\nu x (2\eta\mu x - \sqrt{3}) = 0$$

$$\sigma\upsilon\nu x = 0 \Leftrightarrow x = 2\kappa\pi \pm \frac{\pi}{2}, \kappa \in \mathbb{Z}$$

ή

$$2\eta\mu x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \eta\mu x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \eta\mu \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{3} \\ \text{ή} \\ x = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{3} = 2\kappa\pi + \frac{2\pi}{3} \end{cases}, \kappa \in \mathbb{Z}$$

β.
$$\frac{1 - \sin 2\alpha}{2\eta\mu\alpha + \eta\mu 2\alpha} = \frac{1 - (1 - 2\eta\mu^2\alpha)}{2\eta\mu\alpha + \eta\mu 2\alpha \sin\alpha} = \frac{1 - 1 + 2\eta\mu^2\alpha}{2\eta\mu\alpha(1 + \sin\alpha)} =$$

$$\frac{\eta\mu\alpha}{1 + \sin\alpha} = \frac{2\eta\mu\frac{\alpha}{2} \cdot \sin\frac{\alpha}{2}}{1 + 2\sin^2\frac{\alpha}{2} - 1} = \frac{\eta\mu\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \varepsilon\varphi\frac{\alpha}{2}$$

ΘΕΜΑ 3^ο

α.

$x^4 - 8x^3 + (5\alpha - 1)x^2 + 8x - 3\alpha - 6$	$x^2 - 1$
$-x^4$	
$-8x^3 + 5\alpha x^2 + 8x - 3\alpha - 6$	
$-8x^3$	
$5\alpha x^2 - 3\alpha - 6$	
$-5\alpha x^2 + 5\alpha$	
$2\alpha - 6$	

Άρα $x^4 - 8x^3 + (5\alpha - 1)x^2 + 8x - 3\alpha - 6 = (x^2 - 1)(x^2 - 8x + 5\alpha) + 2\alpha - 6$

β. Πρέπει $U = 0 \Leftrightarrow 2\alpha = 0 \Leftrightarrow 2\alpha = 6 \Leftrightarrow \alpha = 3$

γ. $P(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 8x + 15) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$
 ή $x^2 + 8x + 15 = 0, \Delta = 64 - 60 = 4$

Άρα $x = \frac{8 \pm 2}{2} \Leftrightarrow x = 5 \text{ ή } x = 3$

$P(x) < 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 + 8x + 15) < 0$
 $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$
 $x^2 + 8x + 15 = 0$
 $x = 3 \text{ ή } x = 5$

x	$-\infty$	-1	1	3	5	$+\infty$
$x^2 - 1$	+	0	-	0	+	+
$x^2 + 8x + 15$	+	+	+	0	-	0
$\Pi(x)$	+	0	-	0	+	+

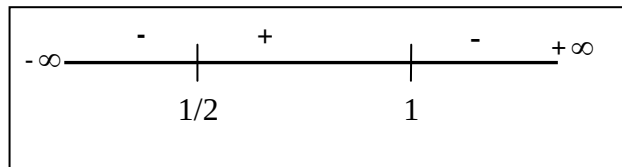
ΘΕΜΑ 4^ο

Α. Πρέπει $-2\left(\frac{1}{5}\right)^{2x} + 3\left(\frac{1}{5}\right)^x \geq 0$

$$-2 \left[\left(\frac{1}{5} \right)^x \right]^2 + 3 \left(\frac{1}{5} \right)^x - 1 \geq 0, \quad \text{θέτω } \left(\frac{1}{5} \right)^x = y$$

$$\text{Άρα } -2y^2 + 3y - 1 \geq 0, \Delta = 9 - 8 = 1$$

$$y = \frac{-3 \pm 1}{-4} = \begin{cases} 1 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$$



$$\text{Πρέπει } \frac{1}{2} \leq y \leq 1$$

$$\text{Άρα } \frac{1}{2} \leq \left(\frac{1}{5} \right)^x \leq 1 \Leftrightarrow$$

$$\ln \frac{1}{2} \leq \left(\frac{1}{5} \right)^x \leq \ln 1$$

$$\ln 1 - \ln 2 \leq x(\ln 1 - \ln 5) \leq 0$$

$$-\ln 2 \leq -\ln 5 \cdot x \leq 0$$

$$\frac{\ln 2}{\ln 5} \geq x \geq 0$$

$$\text{Άρα } A = \left[0, \frac{\ln 2}{\ln 5} \right]$$

Β. Έχουμε $g(x) + g(x+1) + g(x+2) + \dots + g(x+49) =$
 $5^x + 5^x \cdot 5 + 5^x \cdot 5^2 + \dots + 5^x \cdot 5^{49}$

Είναι άθροισμα 50 όρων Γ.Π. με $a_1 = 5^x$ και $\lambda = 5$

$$\text{Άρα } S_{50} = 5^x \frac{5^{50} - 1}{4}$$

Οπότε η εξίσωση γίνεται

$$5^x \frac{5^{50} - 1}{4} = \frac{125(5^{50} - 1)}{4} \Leftrightarrow 5^x = 125 \Leftrightarrow 5^x = 5^3 \Leftrightarrow x = 3$$

Επιμέλεια απαντήσεων:
Γκιούλος Θεόδωρος – Μαθηματικός
Ρούτσης Θανάσης – Μαθηματικός
Φροντιστήριο «ΕΠΙΛΟΓΗ»
<http://www.epil.gr>