

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2004
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, $\theta > 0$ και $k \in \mathbb{R}$, να δείξετε ότι ισχύει:
 $\log_{\alpha} \theta^k = k \log_{\alpha} \theta$.

Μονάδες 9

- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση

- α.** Για οποιουσδήποτε θετικούς αριθμούς x_1, x_2 ισχύει

$$\log \frac{x_1}{x_2} = \frac{\log x_1}{\log x_2}$$

- β.** Το άθροισμα των πρώτων n όρων αριθμητικής προόδου (a_n) είναι

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

- γ.** Αν $u(x)$ είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $\Delta(x)$ δια του $\delta(x)$, όπου $\delta(x)$ και $u(x)$ είναι μη μηδενικά πολυώνυμα, τότε το βαθμός του $u(x)$ είναι μικρότερος από τον βαθμό του $\delta(x)$

- δ.** Εάν α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι οποιασδήποτε αριθμητικής προόδου, τότε ισχύει $\beta^2 = \alpha\gamma$

Μονάδες 4

- Γ.** Να συμπληρώσετε στο τετράδιο σας στις παρακάτω ισότητες, τα κενά που σημειώνονται με ...

α. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\dots}$

όπου $a > 0$ μ ακέραιος και n θετικός ακέραιος

β. $a^{\log_a \theta}$

όπου $\theta > 0$ και $a > 0$ με $a \neq 1$

γ. $\log_a a^x = \dots$

όπου $a > 0$ με $a \neq 1$ και $x \in \mathbb{R}$

Μονάδες 6

- Α. Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε με το είδος της μονοτονίας των συναρτήσεων ημx και συνx

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
ημx					
συνx					

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

- α. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\eta\mu 2x - \sqrt{3} \sigma\upsilon\nu x = 0$$

Μονάδες 13

- β. Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2\eta\mu\alpha + \eta\mu 2\alpha} = \sigma\phi \frac{\alpha}{2}$$

για όλες τις τιμές του α που ορίζεται η ισότητα.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 8x^3 + (5\alpha - 1)x^2 + 8x - 3\alpha - 6$ όπου $\alpha \in \mathbb{R}$.

- α. Να κάνετε τη διαίρεση του $P(x)$ δια του $x^2 - 1$ και να γράψετε τη σχετική ταυτότητα.

Μονάδες 9

- β. Να βρείτε την τιμή του α, ώστε η παραπάνω διαίρεση να είναι τέλεια.

Μονάδες 4

- γ. Για $\alpha = 3$ να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $P(x) = 0$ καθώς και τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ είναι κάτω από τον άξονα x'x.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 4ο

- Α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

$$f(x) = \sqrt[3]{2\left(\frac{1}{5}\right)^{2x} + 3\left(\frac{1}{5}\right)^x - 1}$$

Μονάδες 13

Β. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = 5^x$. Να λύσετε την εξίσωση:

$$g(x) + g(x+1) + g(x+2) + \dots + g(x+49) = \frac{125(5^{50} - 1)}{4}$$

Μονάδες 12