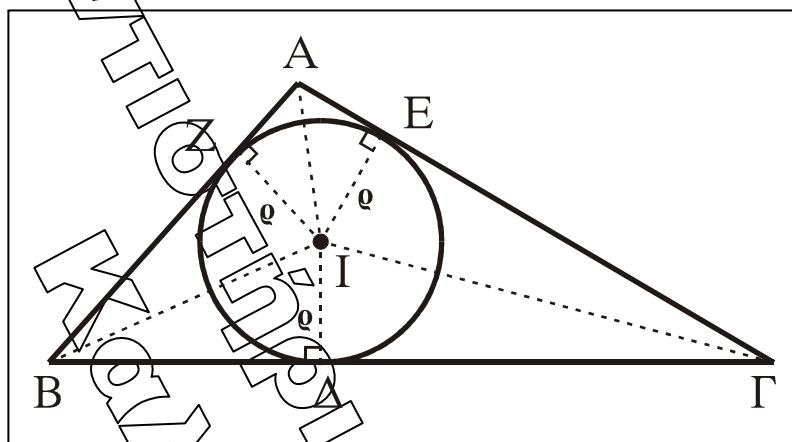


ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 2 ΙΟΥΝΙΟΥ 2003
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και ο εγγεγραμμένος κύκλος του (Ι, ρ).



Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν E του τριγώνου δίνεται από τον τύπο $E = \tau r$, όπου τ είναι η ημιπερίμετρος του τριγώνου.

Μονάδες 10

B. Για καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της και, ακριβώς δίπλα, την ένδειξη (Σ), αν η πρόταση είναι σωστή, ή (Λ), αν αυτή είναι λανθασμένη.

1. Το απόστημα α_4 τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R δίνεται από τον τύπο $\alpha_4 = R\sqrt{5}$.
2. Η πλευρά λ_3 ισόπλευρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R δίνεται από τον τύπο $\lambda_3 = R\sqrt{3}$.
3. Το εμβαδόν τριγώνου ΑΒΓ με μήκη πλευρών α, β, γ δίνεται από τον τύπο

$$E = \sqrt{\tau(\tau - \alpha)(\tau - \beta)(\tau - \gamma)},$$

όπου τ είναι η ημιπερίμετρος του τριγώνου.

4. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτείνουσας επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτείνουσα.
5. Το εμβαδόν τραπεζίου ισούται με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του επί το ύψος του.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 2^ο

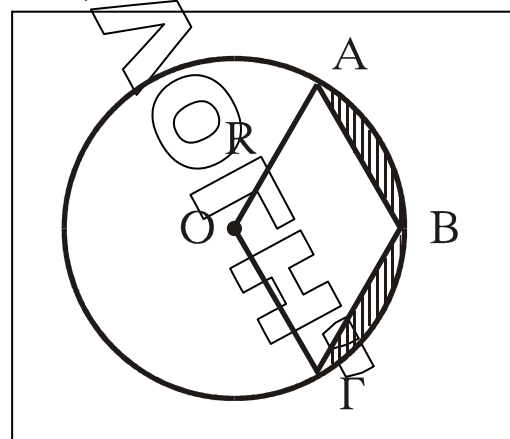
Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει ΑΒ=5, ΑΓ=12 και ΒΓ=13.

- α. Να αποδείξετε ότι $\hat{A} = 90^\circ$ **Μονάδες 7**
- β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. **Μονάδες 7**
- γ. Να υπολογίσετε το ύψος h_a του τριγώνου ΑΒΓ. **Μονάδες 5**
- δ. Να υπολογίσετε την ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου ΑΒΓ. **Μονάδες 6**

ΘΕΜΑ 3^ο

Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (Ο, R) και τα σημεία του Α, Β, Γ, έτσι ώστε το τετράπλευρο ΟΑΒΓ να είναι ρόμβος.

- α. Να αποδείξετε ότι $ΑΓ = \lambda_3$, δηλαδή είναι πλευρά ισόπλευρου τριγώνου εγγεγραμμένου στον κύκλο (Ο, R). **Μονάδες 6**
- β. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του ρόμβου ΟΑΒΓ είναι $(ΟΑΒΓ) = \frac{R^2 \sqrt{3}}{2}$



Μονάδες 5

- γ. Αν M είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του ρόμβου $OABΓ$, τότε να υπολογίσετε, ως συνάρτηση του R , τη δύναμη του σημείου M ως προς τον κύκλο (O, R) .

Μονάδες 6

- δ. Αν η ακτίνα του κύκλου είναι $R=2$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιωμένου μέρους του σχήματος.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4^ο

Στην πρωτεύουσα της Ιαπωνίας, το Τόκιο, τον Ιούλιο του 2003 θα διεξαχθεί η Παγκόσμια Ολυμπιάδα των Μαθηματικών. Ένα πάρκο της πρωτεύουσας έχει σχήμα κανονικού εξαγώνου $ΑΒΓΔΕΖ$ πλευράς 2 km. Ένας μαθητής που θα συμμετάσχει στο διαγωνισμό, περπατάει κατά μήκος της περιμέτρου του πάρκου, αρχίζοντας από την κορυφή A και ακολουθώντας τη διαδρομή $ΑΒΓΔΕΖΑ$ φθάνει σε ένα σημείο M έχοντας διανύσει μήκος 5 km.

- α. Να υπολογίσετε το υπόλοιπο της διαδρομής.

Μονάδες 5

- β. Να βρείτε το εμβαδόν του πάρκου.

Μονάδες 8

- γ. Να υπολογίσετε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος $ΑΜ$.

Μονάδες 12

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ