

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΕΝΙΑΙΟΥ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 23 ΜΑΪΟΥ 2003
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1ο

- A. Να αποδείξετε ότι τρεις αριθμοί α , β , γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, αν και μόνον αν ισχύει $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$.

Μονάδες 10

- B. Να γράψετε στο τετράδιό σας τους αριθμούς **1, 2, 3, 4** και **5** των παρακάτω προτάσεων και δίπλα σε κάθε αριθμό να σημειώσετε την ένδειξη (**Σ**), αν η αντίστοιχη πρόταση είναι σωστή, ή (**Λ**), αν η αντίστοιχη πρόταση είναι λανθασμένη.

1. $\sin 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha + 1$
2. $\eta\mu(\alpha - \beta) = \eta\mu\alpha \sin\beta - \eta\mu\beta \sin\alpha$
3. $\eta\mu^2 \alpha = \frac{1 + \sin 2\alpha}{2}$
4. $\epsilon\phi 2\alpha = \frac{2\epsilon\phi\alpha}{1 - \epsilon\phi^2 \alpha}$, όπου $\sin\alpha \neq 0$ και $\sin 2\alpha \neq 0$
5. $\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \sin\alpha$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 2ο

Ο τέταρτος όρος μιας γεωμετρικής προόδου είναι 810 και ο πέμπτος όρος της είναι 2430. Να βρείτε:

- α) το λόγο λ της γεωμετρικής προόδου,
- β) τον πρώτο όρο της και
- γ) το άθροισμα S_6 των έξι πρώτων όρων της προόδου.

Μονάδες 7

Μονάδες 8

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Αν για τις οξείες γωνίες α , β ισχύει ότι $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ και $\eta\mu\beta = \frac{1}{2}$, τότε:

- α) να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu 2\alpha$ και $\sin 2\beta$,
- β) να υπολογίσετε το $\sin(\alpha - \beta)$ και

Μονάδες 10

Μονάδες 5

γ) να αποδείξετε ότι $\sin(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha - \beta) = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται το πολυώνυμο

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + kx + 1$$

όπου k πραγματικός αριθμός.

α) Για $k = -3$, να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $(x-3)$.

Μονάδες 10

β) Να βρείτε τις τιμές του k για τις οποίες το πολυώνυμο $P(x)$ έχει μία τουλάχιστον ακέραια ρίζα.

Μονάδες 10

γ) Για $k=0$, να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

Μονάδες 5