

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ' ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 19 ΜΑΪΟΥ 2003
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1°

A. Σελίδα 28 Σχολικού Βιβλίου

- B.**
- α) Λάθος
 - β) Σωστό
 - γ) Λάθος
 - δ) Σωστό
 - ε) Σωστό

ΘΕΜΑ 2°

α) $v = 40$

β) Οι συχνότητες και οι σχετικές συχνότητες των κλάσεων παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Κλάση	x_i	v_i	N_i	f_i	$x_i v_i$
0 – 2	1	5	5	$\frac{5}{40} = 0,125$	5
2 – 4	3	10	15	$\frac{10}{40} = 0,25$	30
4 – 6	5	5	20	$\frac{5}{40} = 0,125$	25
6 – 8	7	15	35	$\frac{15}{40} = 0,375$	105
8 - 10	9	5	40	$\frac{5}{40} = 0,125$	45
		40		1	210

γ) $\bar{x} = \frac{1}{v} \sum x_i v_i$ ή $\bar{x} = \frac{210}{40}$ ή $\bar{x} = 5,25$

ΘΕΜΑ 3^ο

$$\alpha) \begin{cases} \psi = f(x) \\ \psi = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ \psi = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x^2}{4x^2+5} = 0 \\ \psi = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 = 0 \\ \psi = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \psi = 0 \end{cases}$$

Άρα η γραφική παράσταση της συνάρτησης f τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $O(0, 0)$.

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{4x^2+5} = \frac{3 \cdot 0^2}{4 \cdot 0^2 + 5} = 0$$

$$\gamma) f'(x) = \left(\frac{3x^2}{4x^2+5} \right)' = \frac{(3x^2)'(4x^2+5) - 3x^2(4x^2+5)'}{(4x^2+5)^2} = \frac{6x(4x^2+5) - 3x^2(8x)}{(4x^2+5)^2} =$$

$$= \frac{24x^3 + 30x - 24x^3}{(4x^2+5)^2} = \frac{30x}{(4x^2+5)^2}$$

$$\delta) f'(x) > 0 \quad \text{ή} \quad \frac{30x}{(4x^2+5)^2} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 30x > 0 \quad \text{ή} \quad x > 0$$

επειδή
 $4x^2 + 5 > 0$ στο $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	ελάχιστο		

Από τον πίνακα προσήμων της f' προκύπτει ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 0]$ και γνησίως αύξουσα στο $[0, +\infty)$.

ε) Για $x = 0$ παρουσιάζει ελάχιστο το $f(0) = 0$.

ΘΕΜΑ 4^ο

$$\alpha) \bar{x} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6}{6} = \frac{0 + 0 + 1 + 2 + 4 + 5}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

Επειδή οι παρατηρήσεις είναι 6 (άρτιος) διάμεσος θα είναι το ημιάθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων.

$$\Delta\eta\lambda. \quad \delta = \frac{t_3 + t_4}{2}$$

$$\delta = \frac{1+2}{2} = 1,5$$

β) i) $f'(x) = [(t_1 - x)^2 + (t_2 - x)^2 + (t_3 - x)^2 + (t_4 - x)^2 + (t_5 - x)^2 + (t_6 - x)^2]'$

$$f'(x) = 2(t_1 - x)(t_1 - x)' + 2(t_2 - x)(t_2 - x)' + 2(t_3 - x)(t_3 - x)' + \\ + 2(t_4 - x)(t_4 - x)' + 2(t_5 - x)(t_5 - x)' + 2(t_6 - x)(t_6 - x)'$$

$$f'(x) = -2(t_1 - x) - 2(t_2 - x) - 2(t_3 - x) - 2(t_4 - x) - 2(t_5 - x) - 2(t_6 - x)$$

$$f'(\bar{x}) = f'(2) = -2(0-2) - 2(0-2) - 2(1-2) - 2(2-2) - 2(4-2) - 2(5-2) = \\ = -2(-2) - 2(-2) - 2(-1) - 2(0) - 2(2) - 2(3) = \\ = 4 + 4 + 2 + 0 - 4 - 6 = 10 - 10 = 0$$

ii) $f(x) = \sum_{i=1}^6 (t_i - x)^2$ οπότε $f(2) = \sum_{i=1}^6 (t_i - 2)^2$ $\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} f(2) = 6s^2 \text{ δηλ. } f(\bar{x}) = 6s^2$

όμως $s^2 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 (t_i - 2)^2 \Leftrightarrow 6s^2 = \sum_{i=1}^6 (t_i - 2)^2$

iii) $A(\bar{x}, f(\bar{x}))$

$$f(2) = (0-2)^2 + (0-2)^2 + (1-2)^2 + (2-2)^2 + (4-2)^2 + (5-2)^2 = \\ = 4 + 4 + 1 + 0 + 4 + 9 = 22$$

Άρα $A(2, 22)$

Η εφαπτομένη στο $A(2, 22)$ έχει εξίσωση $\psi = f'(2)x + \beta$
 όμως $f'(2) = 0$.

Άρα $\psi = \beta$ και επειδή $A(2, 22)$ $\psi = 22$.