

**ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄
ΚΥΚΛΟΥ
ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

α. Πίνακας Συχνοτήτων

Βαθμοί x_i	Συχνότητα v_i
7	1
9	1
12	3
15	1
16	1
17	2
18	1
19	1
Σύνολο	11

β. Η μέση τιμή είναι

$$\bar{x} = \frac{7 + 9 + 3 \cdot 12 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19}{11} = \frac{154}{11} = 14$$

γ. Η επικρατούσα τιμή είναι το 12 που έχει την μεγαλύτερη συχνότητα 3

δ. Οι βαθμοί είναι: 7, 9, 12, 12, 12, 15, 16, 17, 17, 18, 19 και έχουν διάμεσο 15.

ε. Κατασκευάζουμε τον πίνακα:

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$v_i(x_i - \bar{x})^2$
7	1	7	-7	49	49
9	1	9	-5	25	25
12	3	36	-2	4	12
15	1	15	1	1	15

16	1	16	2	4	4
17	3	34	3	9	18
18	1	18	4	16	16
19	1	19	5	25	25
	11	154			150

Η διακύμανση είναι : $S^2 = \frac{150}{11} \approx 13,63$

ΘΕΜΑ 2^ο

Έχουμε :

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \ln 2 \quad \text{με } x \in \mathbb{R}$$

α.

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \ln 2 \right)' = \left(\frac{1}{3}x^3 \right)' - \left(\frac{1}{2}x^2 \right)' + (\ln 2)' = \\
 &= \frac{3}{3}x^2 - \frac{2}{2}x + 0 = x^2 - x = x(x-1)
 \end{aligned}$$

β. $f'(0) = 0^2 - 0 = 0$

$f'(1) = 1^2 - 1 = 0$

γ. Ο πίνακας μεταβολών της συνάρτησης είναι

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
f'	+	○	-	○	+
f					

ΘΕΜΑ 3^ο

Έχουμε:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x^2 - 1, & x \geq 1 \\ x + 2, & x < 1 \end{cases}$$

α.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + 2) = 1 + 2 = 3$$

β.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (\lambda x^2 - 1) = \lambda \cdot 1^2 - 1 = \lambda - 1$$

γ.

Ισχύει: $f(1) = \lambda \cdot 1^2 - 1 = \lambda - 1$

Για να είναι η συνάρτηση συνεχής στο $x_0 = 1$ πρέπει :

$$\lambda - 1 = 3 \Leftrightarrow \lambda = 3 + 1 \Leftrightarrow \lambda = 4$$

ΘΕΜΑ 4^ο

Έχουμε: $f(x) = \lambda x^3 - x$ με $\lambda \in \mathbb{R}$ και $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$

α.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (\lambda x^3 - x) = \lambda \cdot 1^3 - 1 = \lambda - 1$$

$$\text{πρέπει: } \lambda - 1 = 1 \Leftrightarrow \lambda = 1 + 1 \Leftrightarrow \lambda = 2$$

β.

Άρα : $f(x) = 2x^3 - x$

Έχουμε: $f'(x) = (2x^3 - x)' = (2x^3)' - (x)' = 6x^2 - 1$

γ.

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x) dx &= \int_0^1 (2x^3 - x) dx = \left[\frac{2x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right]_0^1 = \left[\frac{x^4}{2} - \frac{x^2}{2} \right]_0^1 = \left[\frac{x^4 - x^2}{2} \right]_0^1 = \\ &= \frac{1^4 - 1^2}{2} - \frac{0^4 - 0^2}{2} = \frac{1 - 1}{2} - 0 = \frac{0}{2} = 0 \end{aligned}$$