

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 28 ΜΑΪΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1ο

Α.

- α. Θεωρία σελ. 65 σχολικού
- β. Θεωρία σελ. 65 σχολικού
- γ. Θεωρία σελ. 65 σχολικού

B.1. Θεωρία σελ. 150 σχολικού

- B.2. α.** Θεωρία σελ. 148 σχολικού
- β.** Θεωρία σελ. 149 σχολικού

ΘΕΜΑ 2ο

α. Πρέπει $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$, Άρα το πεδίο ορισμού είναι $A = (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$

β. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x+6}{x+1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

γ. $f'(x) = \frac{2(x+1) - 2x}{(x+1)^2} = \frac{2x+2-2x}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2}$

δ. Έστω $(x_0, f(x_0))$ το σημείο όπου οι εφαπτόμενες της συνάρτησης της f είναι παράλληλες στην $y = 2x + 5$

Πρέπει: $f'(x_0) = 2 \Leftrightarrow \frac{2}{(x_0+1)^2} = 2 \Leftrightarrow (x_0+1)^2 = 1 \Leftrightarrow$

$x_0 + 1 = 1 \Leftrightarrow x_0 = 0$

ή $x_0 + 1 = -1 \Leftrightarrow x_0 = -2$

για $x_0 = 0$ έχω $f(0) = 0$

για $x_0 = -2$ έχω $f(-2) = 4$

Στο $(0, 0)$ η εξίσωση της εφαπτομένης είναι $y = 2x$

Στο $(-2, 4)$ η εξίσωση της εφαπτομένης είναι $y = 2x + \beta$ και επειδή το σημείο $(-2, 4)$

ανήκει σε αυτή έχω: $4 = 2(-2) + \beta \Leftrightarrow 8 = \beta$ Άρα $y = 2x + 8$

ΘΕΜΑ 3ο

α. $\bar{x} = \frac{8+10+13+13+15+16+18+14+14+9}{10} \Leftrightarrow \bar{x} = 13$

$$\delta = \frac{13+14}{2} = 13,5$$

$$M_0 = 13,14$$

β. $R = 18 - 8 = 10$

$$s^2 = \frac{(8-13)^2 + (9-13)^2 + (16-13)^2 + (18-13)^2}{10} \Leftrightarrow s^2 = \frac{90}{10} = 9$$

Άρα: $s = \sqrt{9} = 3$

$$C_v = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{3}{13} \Rightarrow C_v = 0,23 \text{ ή } C_v = 23\%$$

γ. Κάθε νέα τιμή x' είναι

$$x' = x - \frac{10}{100}x \text{ δηλ. } x' = x - 0,1x = 0,9x$$

όποτε η νέα μέση τιμή είναι $\bar{x}' = 0,9\bar{x}$ και η νέα τυπική απόκλιση: $s' = 0,9 \cdot s$

$$\text{Επομένως } C_v' = \frac{s'}{\bar{x}'} = \frac{0,9s}{0,9\bar{x}} \Rightarrow C_v' = \frac{s}{\bar{x}} = C_v$$

Δηλαδή δεν μεταβάλλεται ο C_v .

ΘΕΜΑ 4ο

α. Είναι $P(A)+P(B) \neq 2P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B)+P(A \cap B) \neq 2P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) \neq P(A \cap B)$

β. Πεδίο ορισμού το R

Παραγωγίζοντας έχουμε:

$$\begin{aligned} F'(x) &= 3(x-P(A \cup B))^2 - 3(x-P(A \cap B))^2 = \\ &= 3 \cdot [x-P(A \cup B)+x-P(A \cap B)] \cdot [x-P(A \cup B)-x+P(A \cap B)] = \\ &= 3 \cdot [2x-(P(A)+P(B))] \cdot [P(A \cap B)-P(A \cup B)] = \\ &= -3 \cdot [2x-(P(A)+P(B))] \cdot [P(A \cup B) - P(A \cap B)] \end{aligned}$$

$$\text{Άρα } F'(x) \geq 0 \Rightarrow -3[2x-(P(A)+P(B))] [P(A \cup B) - P(A \cap B)] \geq 0$$

Αλλά ο αριθμός $P(A \cup B) - P(A \cap B)$ είναι θετικός οπότε:

$$-3[2x-(P(A)+P(B))] \geq 0 \Rightarrow 2x - (PA) + P(B)) \leq 0 \Rightarrow 2x \leq P(A) + P(B)$$

$x \leq \frac{P(A)+P(B)}{2}$

Έχουμε τον πίνακα

x	$-\infty$	$+\infty$
$F'(x)$	+	-
$F(x)$	↗	↘

Άρα η F έχει μέγιστο για $x = \frac{P(A)+P(B)}{2}$

- γ. Αφού $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cap B) = 0$ (1)
 και $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (2)

Έτσι: $f(P(A)) = [P(A) - P(A \cup B)]^3 - [P(A) - P(A \cap B)]^3$ (3)

Η (3) από (1) και (2) γίνεται:

$$f(P(A)) = [P(A) - P(A) - P(B)]^3 - [P(A)]^3 = -P^3(B) - P^3(A)$$

$$f(P(B)) = [P(B) - P(A \cup B)]^3 - [P(B) - P(A \cap B)]^3$$
 (4)

Η (4) από (1) και (2) γίνεται:

$$f(P(B)) = [P(B) - P(A) - P(B)]^3 - [P(B)]^3 = -P^3(A) - P^3(B)$$

Άρα $f(P(A)) = f(P(B))$.

Επιμέλεια απαντήσεων:
Θόδωρος Γκιούλος – Μαθηματικός
Θανάσης Ρούτσης – Μαθηματικός
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ «ΕΠΙΛΟΓΗ»
<http://epil.gr>