

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 27 ΜΑΪΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ 1ο

- A. Με το $\vec{a}$ συμβολίζουμε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{a}$ και με το $|\vec{a}|$ συμβολίζουμε το μέτρο του διανύσματος $\vec{a}$.

Να αποδείξετε ότι:

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$$

Μονάδες 10

- B. Στις επόμενες προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό τους (**B.1, B.2, B.3**) και, δίπλα ακριβώς, το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Αν για τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ του καρτεσιανού επιπέδου είναι $\vec{a} // \vec{\beta}$, τότε ισχύει:

- α) $\det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 2$
- β) $\det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 0$
- γ) $\det(\vec{a}, \vec{\beta}) = -1$
- δ) $\det(\vec{a}, \vec{\beta}) \neq 0$

Μονάδες 5

2. Αν για τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ του καρτεσιανού επιπέδου είναι $\vec{a} \perp \vec{\beta}$, τότε ισχύει:

- α) $\vec{a} \cdot \vec{\beta} \neq 0$
- β) $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = -1$
- γ) $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 0$
- δ) $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = 2$

Μονάδες 5

3. Η εξίσωση του κύκλου C με κέντρο την αρχή $O(0,0)$ ενός ορθοκανονικού συστήματος συντεταγμένων Oxy του επιπέδου και ακτίνα ρ είναι:

- α) $(x-1)^2 + y^2 = \rho^2$
- β) $x^2 + (y-1)^2 = \rho^2$
- γ) $x^2 + y^2 = (\rho-1)^2$
- δ) $x^2 + y^2 = \rho^2$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2°

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (1, 1)$, $\vec{\beta} = (5, 7)$ του καρτεσιανού επιπέδου.

- α) Να βρείτε τα διανύσματα $\vec{\gamma} = \vec{a} + \vec{\beta}$ και $\vec{\delta} = 3\vec{\beta} - 2\vec{a}$.

Μονάδες 10

- β) Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού λ , για την οποία το διάνυσμα $\vec{x} = (\lambda, -6)$ είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{\gamma} = \vec{a} + \vec{\beta}$.

Μονάδες 10

- γ) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\frac{1}{2}\vec{\gamma}$, όπου $\vec{\gamma} = \vec{a} + \vec{\beta}$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3°

Δίνονται οι κύκλοι C_1, C_2 με εξισώσεις:

$$C_1: x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$$

$$C_2: (x+2\kappa)^2 + (y-\lambda)^2 = 25, \quad \kappa, \lambda \in \mathbb{R}$$

- α) Να αποδείξετε ότι ο κύκλος C_1 έχει κέντρο το σημείο $K_1(2, 1)$ και ακτίνα $\rho_1 = 2$.

Μονάδες 10

- β) Να βρείτε τις τιμές των κ και λ έτσι ώστε οι κύκλοι C_1 και C_2 να έχουν το ίδιο κέντρο.

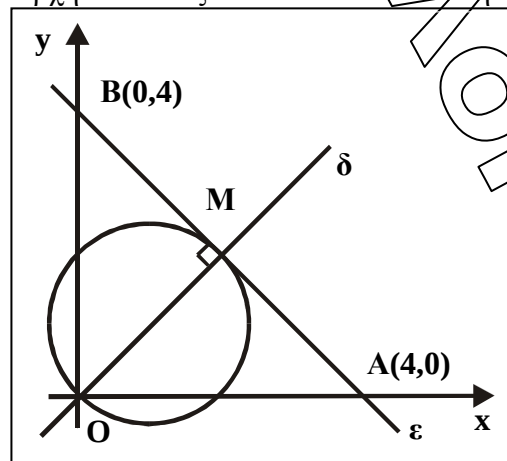
Μονάδες 9

- γ) Να εξετάσετε, αν τα σημεία $A(4, 1)$, $B(1, 1)$ ανήκουν στον κύκλο C_1 .

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4°

Στο ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων Oxy του παρακάτω σχήματος, δίνονται τα σημεία $A(4, 0)$ και $B(0, 4)$, η ευθεία ε που διέρχεται από τα σημεία A και B και η ευθεία δ που διέρχεται από την αρχή O των αξόνων και είναι κάθετη προς την ευθεία ε .



- α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας ε είναι $x+y=4$.
Μονάδες 5
- β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας δ .
Μονάδες 5
- γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής M των ευθειών δ και ε .
Μονάδες 5
- δ) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει διάμετρο το ευθύγραμμο τμήμα OM .
Μονάδες 10

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**