

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2002 Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1°

A. $\vec{a}^2 = \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{a}) = |\vec{a}|^2 \cdot \cos 0 = |\vec{a}|^2 \cdot 1 = |\vec{a}|^2$

B. $1 \rightarrow \beta)$
 $2 \rightarrow \gamma)$
 $3 \rightarrow \delta)$

ΘΕΜΑ 2°

α) $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + \vec{\beta} = (1, 1) + (5, 7) = (6, 8)$
 $\vec{\delta} = 3\vec{\beta} - 2\vec{\alpha} = 3(5, 7) - 2(1, 1) = (15, 21) - (2, 2) = (13, 19)$

β) $\vec{x} \perp \vec{\gamma} \Leftrightarrow \vec{x} \cdot \vec{\gamma} = 0 \Leftrightarrow (\lambda, -6) \cdot (6, 8) = 0 \Leftrightarrow 6\lambda - 48 = 0 \Leftrightarrow 6\lambda = 48 \Leftrightarrow \lambda = 8$

γ) $\frac{1}{2}\vec{\gamma} = \frac{1}{2}(6, 8) = (3, 4) \rightarrow \left| \frac{1}{2}\vec{\gamma} \right| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$

ΘΕΜΑ 3°

α) $C_1: x^2 + \psi^2 - 4x - 2\psi + 1 = 0$
 $x^2 - 4x + 4 + \psi^2 - 2\psi + 1 = 4$
 $(x - 2)^2 + (\psi - 1)^2 = 2^2$

άρα έχει κέντρο το σημείο $K_1(2, 1)$ και ακτίνα $\rho_1 = 2$.

β) $C_2: (x + 2\kappa)^2 + (\psi - \lambda)^2 = 25$

άρα έχει κέντρο το σημείο $K_2(-2\kappa, \lambda)$ και ακτίνα $\rho_2 = 5$.

Για να έχουν οι δύο κύκλοι το ίδιο κέντρο πρέπει: $-2\kappa = 2 \Rightarrow \kappa = -1$
 και $\lambda = 1$

γ) Είναι: $4^2 + 1^2 - 4 \cdot 4 - 2 \cdot 1 + 1 = 16 + 1 - 16 - 2 + 1 = 0$

άρα το σημείο $A(4, 1)$ ανήκει στον κύκλο C_1 .

Είναι: $1^2 + 1^2 - 4 \cdot 1 - 2 \cdot 1 + 1 = 1 + 1 - 4 - 2 + 1 = -3$

άρα το σημείο $B(1, 1)$ δεν ανήκει στον κύκλο C_1 .

ΘΕΜΑ 4^ο

α) $\lambda = \frac{4-0}{0-4} = \frac{4}{-4} = -1$ $A(4, 0)$ $B(0, 4)$

άρα η εξίσωση της ε είναι: $\psi - 0 = \lambda (x - 4)$
 $\psi = -1 (x - 4)$
 $\psi = -x + 4$
 $x + \psi = 4$

β) Αφού $\delta \perp \varepsilon$ άρα: $\lambda_{\delta} \cdot \lambda_{\varepsilon} = -1 \Rightarrow \lambda_{\delta} = 1$

Επειδή η δ διέρχεται από το $(0, 0)$ έχει εξίσωση: $\psi = x$.

γ) $\left. \begin{matrix} x + \psi = 4 \\ \psi = x \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} x + x = 4 \\ \psi = x \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} 2x = 4 \\ \psi = x \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} x = 2 \\ \psi = 2 \end{matrix} \right\}$

άρα το σημείο τομής M των ευθειών δ και ε έχει συντεταγμένες $M(2,2)$

δ) Το κέντρο K του κύκλου είναι το μέσο του τμήματος OM , άρα $K(1, 1)$.

Η ακτίνα $\rho = (KO) = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

Άρα ο κύκλος έχει εξίσωση: $(x-1)^2 + (\psi-1)^2 = 2$