

**ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΕΝΙΑΙΟΥ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ: ΑΛΓΕΒΡΑ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ**

ΘΕΜΑ 1°

A. Σελίδα 34 (πάνω μέρος) Σχολικού Βιβλίου.

B. 1 → Σ

2 → Λ

3 → Σ

Γ. $\eta\mu x = \eta\mu\theta \Leftrightarrow x = 2k\pi + \theta$ ή $x = 2k\pi + (\pi - \theta)$

$\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow x = 2k\pi + \theta$ ή $x = 2k\pi - \theta$

$\epsilon\phi x = \epsilon\phi\theta \Leftrightarrow x = k\pi + \theta$

Παντού ισχύει $k \in \mathbb{Z}$.

ΘΕΜΑ 2°

$$\alpha) \epsilon\phi(\alpha - \beta) = \frac{\epsilon\phi\alpha - \epsilon\phi\beta}{1 + \epsilon\phi\alpha \cdot \epsilon\phi\beta} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{1}{5}$$

$$\beta) \epsilon\phi(\alpha + \beta) = \frac{\epsilon\phi\alpha + \epsilon\phi\beta}{1 - \epsilon\phi\alpha \cdot \epsilon\phi\beta} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{5}{3}$$

γ) Αρκεί να μην ορίζεται η $\epsilon\phi(2\alpha + 2\beta)$.

Έχουμε:

$$\epsilon\phi(2\alpha + 2\beta) = \epsilon\phi(2(\alpha + \beta)) = \frac{2\epsilon\phi(\alpha + \beta)}{1 - \epsilon\phi^2(\alpha + \beta)} \stackrel{\text{απο } (\beta)}{=} \frac{2 \cdot \frac{5}{3}}{1 - \frac{25}{9}} \stackrel{\text{ερωτημα}}{=} \frac{2 \cdot \frac{5}{3}}{\frac{-16}{9}} = \frac{2}{0} \text{ δεν ορίζεται}$$

ΘΕΜΑ 3°

α) Αφού $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ είναι οι τρεις πρώτοι όροι μιας αριθμητικής προόδου άρα:

$$2\alpha_2 = \alpha_1 + \alpha_3 \quad \text{δηλ.}$$

$$2(6x - 2) = 2x + 2 + 5x + 4$$

$$12x - 4 = 7x + 6$$

$$5x = 10 \Leftrightarrow \boxed{x = 2}$$

β) $\omega = \alpha_3 - \alpha_2 = \alpha_2 - \alpha_1$

$$\alpha_3 - \alpha_2 = 5x + 4 - 6x + 2 = -x + 6 \stackrel{x=2}{=} 4$$

$$\alpha_2 - \alpha_1 = 6x - 2 - 2x - 2 = 4x - 4 \stackrel{x=2}{=} 4$$

γ) $\alpha_{500} = \alpha_1 + 499 \cdot \omega = 6 + 499 \cdot 4 = 6 + 1996 = \boxed{2002}$

δ) $S_{500} = \frac{(2\alpha_1 + 499 \cdot \omega)500}{2} = (12 + 1996) \cdot 250 = \boxed{502.000}$

ΘΕΜΑ 4^ο

α) $P(2) = 0$ δηλ.

$$2^3 - (\kappa + 1)2^2 + (\kappa - 1)2 + 2 = 0$$

$$8 - 4\kappa - 4 + 2\kappa - 2 + 2 = 0$$

$$-2\kappa = -4$$

$$\boxed{\kappa = 2}$$

β) $P(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2$ για $\kappa = 2$.

Σχήμα Horner για την τιμή -3

1	-3	1	2	-3
	-3	18	-57	
1	-6	19	-55	

$$\boxed{P(x) = (x + 3)(x^2 - 6x + 19) - 55}$$

γ) $P(x) = x - 2$

$$x^3 - 3x^2 + x + 2 = x - 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 4 = 0$$

Πιθανές ρίζες: $\pm 1, \pm 2, \pm 4$

Horner με την τιμή -1

1	-3	0	4	-1
	-1	4	-4	
1	-4	4	0	

Δηλ. $x^3 - 3x^2 + 4 = (x + 1)(x^2 - 4x + 4)$

Αρκεί να λυθεί η $x^2 - 4x + 4 = 0$ που έχει ρίζα το 2.

Άρα η αρχική εξίσωση έχει ρίζες: -1, 2