

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 14 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1ο

A.1. Θεωρία σελ. 152 σχολικού βιβλίου

A.2.

α. $P(A') = 1 - P(A)$

β. $A \subseteq B$ τότε $P(B) \geq P(A)$

B.1.

α. Είναι $A' \subseteq B$ άρα $P(A') \leq P(B) \Leftrightarrow 1 - P(A) \leq P(B) \Leftrightarrow P(A) + P(B) \geq 1$
 Άρα η πρόταση είναι **Λάθος**

β. Είναι: $P(A) + P(A') = P(\Omega) \Leftrightarrow 2P(A) = P(\Omega)$.
 Άρα η πρόταση είναι **Σωστή**

B.2. Αν $A \subseteq B$ τότε $A \cup B = B \Rightarrow P(A \cup B) = P(B) = \frac{5}{12}$. Άρα **σωστό το β**

B.3. $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$. Άρα **α → 2**

$P((B - A)') = 1 - P(B - A) = 1 - (P(B) - P(B \cap A)) = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{19}{20}$ Άρα **β → 5**

$P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ Άρα **γ → 3**

ΘΕΜΑ 2ο

A.

$f'(x) = -\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x$
 $f''(x) = -\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x$, $x \in \mathbb{R}$

Οπότε: $f(x) + f''(x) = \sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x = 0$

B. Σημείο $A(0,1) \in C_f$

Έστω $\varepsilon: \lambda x + \beta$ η εξίσωση της εφαπτομένης

$\lambda = f'(0) = -\eta\mu 0 + \sigma\upsilon\nu 0 = 1$

Οπότε $y = x + \beta$

Όμως $A \in (\varepsilon)$ άρα $1 = 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 1$
 Άρα $y = x + 1$

Γ.

$$f' \left(\frac{\pi}{2} \right) = -\eta\mu \frac{\pi}{2} + \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{2} = -1 + 0 = -1$$

$$f \left(\frac{\pi}{2} \right) = \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{2} + \eta\mu \frac{\pi}{2} = 0 + 1 = 1$$

$$\text{Οπότε: } \lambda f' \left(\frac{\pi}{2} \right) - 2f \left(\frac{\pi}{2} \right) = 2 \Leftrightarrow \lambda(-1) - 2 \cdot 1 = 2 \Leftrightarrow -\lambda - 2 = 2 \Leftrightarrow \lambda = -4$$

ΘΕΜΑ 3ο

Α.

Βάρος σε κιλά	x_i	v_i	f_i	F_i	$x_i v_i$
[45-55)	50	16	0,2	0,2	800
[55-65)	60	24	0,3	0,5	1440
[65-75)	70	32	0,4	0,9	2240
[75-85)	80	8	0,1	1	640
	-	80	-	-	5120

$$f_3 = 2f_1 = 0,4$$

$$f_2 = F_2 - F_1 = 0,3$$

$$F_3 = F_2 + f_3 = 0,9$$

$$F_4 = 1$$

Β. 1^{ος} τρόπος

$$v_1 = v \cdot f_1 = 80 \cdot 0,2 = 16$$

$$v_2 = v \cdot f_2 = 80 \cdot 0,3 = 24$$

$$v_3 = v \cdot f_3 = 80 \cdot 0,4 = 32$$

$$v_4 = v \cdot f_4 = 80 \cdot 0,1 = 8$$

$$\bar{x} = \frac{1}{80} \sum_{i=1}^4 x_i \cdot v_i = 64 \text{ κιλά}$$

2^{ος} τρόπος

$$\bar{x} = \sum x_i f_i = 50 \cdot 0,2 + 60 \cdot 0,3 + 70 \cdot 0,4 + 80 \cdot 0,1 = 10 + 18 + 28 + 8 = 64$$

Γ. α. Βάρος μικρότερο από 65 κιλά έχουν $16 + 24 = 40$ μαθητές

Α: ενδεχόμενο να έχει κάποιος μαθητής βάρος < 65 κιλά.

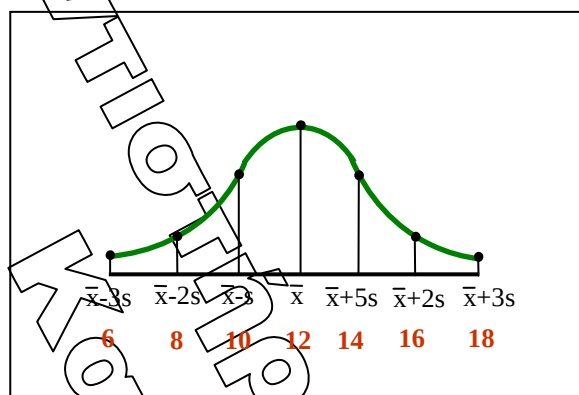
$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{40}{80} = \frac{1}{2} \quad (\text{ή από τις συχνότητες})$$

β. Βάρους > 55 κιλά και < 75 κιλά έχουν $24 + 32 = 56$ μαθητές

B: ενδεχόμενο να έχει κάποιος μαθητής βάρος > 55 και < 75 κιλά.

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{56}{80} = \frac{7}{10} \quad (\text{ή από τις συχνότητες})$$

ΘΕΜΑ 4ο



A. Εφόσον το 50% χρειάζεται πάνω από 12 λεπτά, το υπόλοιπο 50% χρειάζεται κάτω από 12 λεπτά και λόγω κανονικής κατανομής ισχύει:

$$\left. \begin{array}{l} \delta = \bar{x} \\ \delta = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{x} = 12$$

Το $\frac{100\% - 68\%}{2} = \frac{32\%}{2} = 16\%$ χρειάζεται λιγότερο από $\bar{x} - s$ λεπτά και από τα

δεδομένα προκύπτει ότι: $\bar{x} - s = 10 \Leftrightarrow 12 - s = 10 \Leftrightarrow s = 2$

B. $CV = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{2}{12} \cdot 100\% = \frac{1}{6} \cdot 100\% \approx 16,6\%.$

Αφού $CV > 10\%$, το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

Γ. Από 14 έως 16 λεπτά, ποσοστό: $\frac{95\% - 68\%}{2} = 13,5\%$

άρα πλήθος μαθητών: $\frac{13,5}{100} \cdot 4000 = 540$

Δ. Εφόσον οι χρόνοι x_i αυξάνονται κατά 5, οι νέοι χρόνοι είναι: $y_i = x_i + 5$. Επομένως λόγω γνωστής εφαρμογής:

$$y = x + 5 = 12 + 5 = 17$$
$$s_y = 1 - s_x = s_x = 2$$

Άρα

$$CV_y = \frac{s_y}{y} \cdot 100\% = \frac{2}{17} \cdot 100\% \cong 11,76\%$$

$$\text{Μεταβολή} = 16,6\% - 11,7\% \cong 4,84\%$$

Δηλαδή ο συντελεστής μεταβολής ελαττώθηκε κατά 4,84%.