

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ' ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 25 ΜΑΪΟΥ 2001
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- Α. α)** Αν $z_1 = \rho_1 (\sin \theta_1 + i \eta \mu \theta_1)$ και $z_2 = \rho_2 (\sin \theta_2 + i \eta \mu \theta_2)$ είναι δύο μιγαδικοί αριθμοί σε τριγωνομετρική μορφή, να αποδείξετε ότι:

$$z_1 \cdot z_2 = \rho_1 \rho_2 [\sin (\theta_1 + \theta_2) + i \eta \mu (\theta_1 + \theta_2)]$$

Μονάδες 6,5

- β)** Αν $z = \alpha + \beta i$ με $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$, είναι ένας μιγαδικός αριθμός, να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της **Στήλης Ι** του επόμενου πίνακα, και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης ΙΙ** που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Στήλη Ι		Στήλη ΙΙ	
A.	$\operatorname{Re}(z)$	1.	$-\alpha - \beta i$
B.	$\operatorname{Im}(z)$	2.	$\alpha - \beta i$
Γ.	$-z$	3.	$\alpha + \beta$
Δ.	$\bar{z}$	4.	α
E.	$ z $	5.	$\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$
ΣΤ.	$z \cdot \bar{z}$	6.	$\alpha^2 + \beta^2$
		7.	β

Μονάδες 6

- B.** Δίνονται οι μιγαδικοί αριθμοί $z_1 = 1 + i$ και $z_2 = 1 - i$.
α) Να γράψετε τους z_1 και z_2 σε τριγωνομετρική μορφή.

Μονάδες 8

- β)** Να βρείτε την τριγωνομετρική μορφή του γινομένου $z_1 \cdot z_2$.

Μονάδες 4,5

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 3$, $x \in \mathbf{R}$.

- α)** Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Μονάδες 7

- β)** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(3, f(3))$.

Μονάδες 9

γ) Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f .

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, για την οποία ισχύει:

$$2 - x^4 \leq f(x) \leq 2 + x^4, \text{ για κάθε } x \in \mathbf{R}.$$

Να αποδείξετε ότι:

α) $f(0) = 2$

Μονάδες 6

β) Η συνάρτηση f είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 0$.

Μονάδες 9

γ) Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο $x_0 = 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4^ο

Ένα τουριστικό λεωφορείο έχει να διανύσει απόσταση 625 km με σταθερή ταχύτητα x km την ώρα. Σύμφωνα με τον Κώδικα Οδικής Κυκλοφορίας το μέγιστο όριο ταχύτητας είναι 90 km την ώρα. Τα καύσιμα κοστίζουν 160 δραχμές το λίτρο, η

ωριαία κατανάλωση είναι $5,5 + \frac{x^2}{200}$ λίτρα και η αμοιβή του οδηγού είναι 2000 δραχμές την ώρα.

α) Να αποδείξετε ότι το συνολικό κόστος $K(x)$ της διαδρομής είναι:

$$K(x) = \frac{1800000}{x} + 500x, \quad 0 < x \leq 90.$$

Μονάδες 12

β) Να βρείτε την ταχύτητα του λεωφορείου για την οποία το κόστος της διαδρομής γίνεται ελάχιστο.

Μονάδες 13

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ