

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 16 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ :
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1ο

A1. Θεώρημα 9.4, σελίδα 111 του σχολικού βιβλίου.

A2. $\alpha \rightarrow 4$, $\beta \rightarrow 5$, $\gamma \rightarrow 2$

B1. Σωστό το γ

B2. Σωστό το α

ΘΕΜΑ 2ο

α. Είναι: $AB = 6$, $B\Gamma = 12$, $\Gamma A = 8$

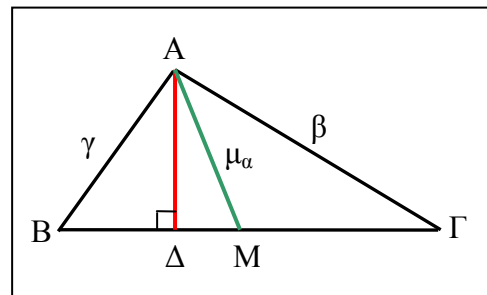
Επειδή $B\Gamma > \Gamma A > AB \Rightarrow \hat{A} < \hat{B} < \hat{\Gamma}$

Οπότε είναι:

$$B\Gamma^2 = 12^2 = 144$$

$$AB^2 + \Gamma A^2 = 36 + 64 = 100$$

$$B\Gamma^2 > AB^2 + \Gamma A^2 \Rightarrow \hat{A} > 90^\circ$$



β. Είναι: $\mu_\alpha^2 = \frac{2\beta^2 + 2\gamma^2 - \alpha^2}{4} = \frac{2 \cdot 8^2 + 2 \cdot 6^2 - 12^2}{4} = \frac{128 + 72 - 144}{4} \Rightarrow \mu_\alpha = \sqrt{14}$

γ. Είναι: $\beta^2 - \gamma^2 = 2\alpha \cdot M\Delta \Rightarrow M\Delta = \frac{\beta^2 - \gamma^2}{2\alpha} = \frac{64 - 36}{2 \cdot 12} \Rightarrow M\Delta = \frac{7}{6}$

ΘΕΜΑ 3ο

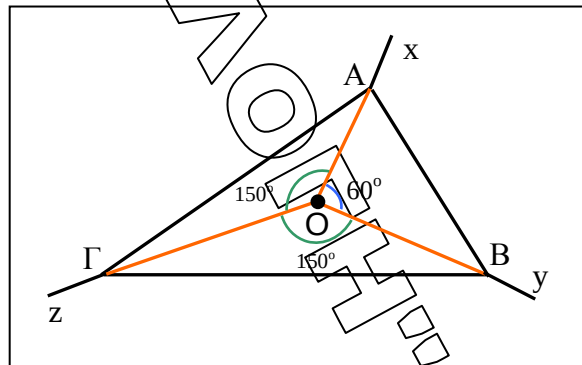
α. Έχουμε:

$$\hat{xOz} = 360 - (\hat{xOy} + \hat{yOz}) = 360^\circ - 300 = 60^\circ.$$

Οπότε:

$$E_{O\Gamma A} = \frac{1}{2} OA \cdot O\Gamma \eta\mu 60^\circ =$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow E_{O\Gamma A} = 3\sqrt{3}$$



- β. Τα τρίγωνα ΟΑΒ και ΟΒΓ έχουν $\hat{ΑΟΒ} = \hat{ΒΟΓ} = 150^\circ$

Οπότε θα ισχύει:

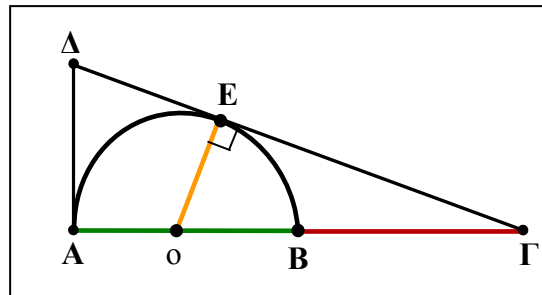
$$\frac{E_{OAB}}{E_{OBΓ}} = \frac{OA \cdot OB}{OB \cdot OG} = \frac{OA}{OG} = \frac{2}{6} \Rightarrow \frac{E_{OAB}}{E_{OBΓ}} = \frac{1}{3}$$

ΘΕΜΑ 4ο

- α. Απ' το ορθογώνιο τρίγωνο ΟΕΓ έχουμε:

$$ΓΕ^2 = ΓΟ^2 - ΟΕ^2 = (3R)^2 - R^2 = 8R^2$$

$$\Rightarrow ΓΕ = 2\sqrt{2} R$$



- β. Αφού $\hat{Α} + \hat{Ε} = 180^\circ$ το τετράπλευρο ΔΑΟΕ είναι εγγράψιμο, οι ΓΕΔ και ΓΟΕ τέμνουσες, οπότε: $ΓΕ \cdot ΓΔ = ΓΟ \cdot ΓΑ$ (1)

- γ. Από την (1) με αντικατάσταση έχουμε:

$$3R \cdot 4R = 2\sqrt{2} R \cdot ΓΔ \Leftrightarrow 12R^2 = 2\sqrt{2} R \cdot ΓΔ \Leftrightarrow 6R = \sqrt{2} \cdot ΓΔ \Leftrightarrow$$

$$ΓΔ = \frac{6R}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow ΓΔ = 3\sqrt{2} R$$

- δ. Να υπολογίσετε το άθροισμα των εμβαδών των μικτόγραμμων τριγώνων ΒΓΕ και ΑΟΕ. Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΓΔ έχουμε:

$$ΑΔ^2 = ΓΔ^2 - ΓΑ^2 = 18R^2 - 16R^2 = 2R^2 \Rightarrow ΑΔ = \sqrt{2} R$$

Το ζητούμενο εμβαδό θα βρεθεί αν από το εμβαδό του ορθογωνίου τριγώνου ΑΓΔ αφαιρέσουμε το εμβαδό του ημικυκλίου. Άρα:

$$E = \frac{1}{2} ΑΓ \cdot ΑΔ - \frac{\pi R^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot 4R \cdot \sqrt{2} \cdot R - \frac{\pi R^2}{2} =$$

$$= 2\sqrt{2} R^2 - \frac{\pi R^2}{2} \Leftrightarrow E = (2\sqrt{2} - \frac{\pi}{2}) R^2$$