

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 9 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A.1. Έστω η πολυωνυμική εξίσωση: $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$, με ακέραιους συντελεστές. Αν ο ακέραιος $p \neq 0$ είναι ρίζα της εξίσωσης, να αποδείξετε ότι ο p είναι διαιρέτης του σταθερού όρου a_0 .

Μονάδες 6,5

A.2. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Έστω πολυώνυμο $P(x)$ και p ένας πραγματικός αριθμός. Αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-p$ και $\pi(x)$ είναι το πηλίκο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-p$, τότε:

α. $P(x) = (x-p)\pi(x) + 1$

β. $\pi(x) = (x-p)P(x)$

γ. ο βαθμός του υπολοίπου της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-p$ είναι ίσος με μηδέν

δ. $P(p) = 0$.

Μονάδες 6

B.1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η εξίσωση $3x^3 - 5x + 6 = 0$ έχει ρίζα το 4.

β. Η εξίσωση $4x^4 + 5x^2 + 7x + 4 = 0$ έχει ρίζα το 2.

γ. Η εξίσωση $6x^6 - 3x^3 + 2x^2 - x + 2 = 0$ δεν έχει ρίζα το -3 .

Μονάδες 6

B.2. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Το πολυώνυμο $P(x) = (4x + 5)^{2004} + x^{2001}$ έχει παράγοντα το:

α. $x + 1$

β. $x - 1$

γ. x

δ. $x + \frac{5}{4}$.

Μονάδες 6,5

ΘΕΜΑ 2^ο

Για τη γωνία α ισχύει ότι: $5 \sin 2\alpha - 14 \sin \alpha - 7 = 0$.

α. Να δείξετε ότι: $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$.

Μονάδες 10

- β. Αν επιπλέον ισχύει $\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu 2\alpha$, $\sigma\upsilon\nu 2\alpha$ και $\epsilon\phi 2\alpha$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 3^ο

Ο τρίτος όρος μιας αριθμητικής προόδου (α_n) είναι ίσος με $\alpha_3 = \log 125$ και η διαφορά της είναι ίση με $\omega = \log 5$.

- α. Να δείξετε ότι ο πρώτος όρος α_1 της προόδου είναι ίσος με τη διαφορά ω .

Μονάδες 8

- β. Να υπολογίσετε το άθροισμα $A = \alpha_{21} + \alpha_{22} + \dots + \alpha_{29}$.

Μονάδες 8

- γ. Έστω (β_n) μία γεωμετρική πρόοδος με $\beta_1 = \alpha_1$ και $\beta_2 = \alpha_2$, όπου α_1 και α_2 ο πρώτος και ο δεύτερος όρος της παραπάνω αριθμητικής προόδου αντίστοιχα. Να υπολογίσετε το άθροισμα $B = \beta_1 + \beta_3 + \beta_5 + \dots + \beta_{1999} + \beta_{2001}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4ο

Έστω $Q(t)$ η τιμή ενός προϊόντος (σε εκατοντάδες χιλιάδες δραχμές), t έτη μετά την κυκλοφορία του προϊόντος στην αγορά. Η αρχική τιμή του προϊόντος ήταν 300.000 δραχμές, ενώ μετά από 6 μήνες η τιμή του είχε μειωθεί στο μισό της αρχικής του τιμής. Αν είναι γνωστό ότι ισχύει:

$$\ln Q(t) = \alpha t + \beta, \quad t \geq 0 \quad \text{όπου } \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \text{ τότε:}$$

- α. να δείξετε ότι $Q(t) = 3 \cdot 4^{-t}$, $t \geq 0$.

Μονάδες 10

- β. να βρείτε σε πόσο χρόνο η τιμή του προϊόντος θα γίνει ίση με $1/16$ της αρχικής του τιμής,

Μονάδες 8

- γ. να βρείτε τον ελάχιστο χρόνο για τον οποίο η τιμή του προϊόντος δεν υπερβαίνει το $1/9$ της αρχικής του τιμής.

Μονάδες 7

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ