

ΤΑΞΗ: Γ' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ

Ημερομηνία: Σάββατο 4 Μαΐου 2019
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1. β
A2. α
A3. δ
A4. β
A5. α. Σωστό
β. Λάθος
γ. Σωστό
δ. Σωστό
ε. Λάθος

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή επιλογή β

Η συχνότητα των ηχητικών κυμάτων που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής είναι ίση με:

$$f_A = f_s + \frac{20}{100} f_s \Rightarrow f_A = 1,2 \cdot f_s \Rightarrow \frac{v_{\eta\chi} + v_A}{v_{\eta\chi} - v_s} \cdot f_s = 1,2 \cdot f_s \stackrel{v_A = v_s}{\Rightarrow} \frac{v_{\eta\chi} + v_A}{v_{\eta\chi} - v_A} = 1,2 \Rightarrow$$

$$v_{\eta\chi} + v_A = 1,2 \cdot v_{\eta\chi} - 1,2 \cdot v_A \Rightarrow 2,2 \cdot v_A = 0,2 \cdot v_{\eta\chi} \Rightarrow \boxed{\frac{v_A}{v_{\eta\chi}} = \frac{1}{11}}$$

B2. Σωστή επιλογή β

Για να σταθεροποιηθεί η ελεύθερη στάθμη πρέπει ο όγκος του νερού που εισέρχεται στο δοχείο να ισούται με τον όγκο του νερού που εξέρχεται από αυτό στη μονάδα του χρόνου. Δηλαδή

$$\frac{dV_{\text{εισερχόμενο}}}{dt} = \frac{dV_{\text{εξερχόμενο}}}{dt} \Rightarrow \Pi_{\text{βρύσης}} = \Pi_{\text{οπής}} \Rightarrow \Pi = A \cdot v \quad (1)$$

Όπου v η ταχύτητα εκροής του νερού από την οπή.

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού μέχρι την οπή.

$$p_{\text{atm}} + 0 + \rho g(H-h) = p_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \rho v^2 + 0 \Rightarrow v = \sqrt{2g(H-h)} \quad (2)$$

Συνεπώς η παροχή της οπής θα ισούται με:

$$(1) \Rightarrow \Pi = A \cdot v \Rightarrow \Pi = A \sqrt{2g(H-h)} \quad (3)$$

Αν διπλασιάσουμε την παροχή η σχέση (3) θα γίνει:

$$2\Pi = A \sqrt{2g(H'-h)} \quad (4)$$

Διαιρούμε κατά μέλη τις σχέσεις (3) και (4)

$$\frac{\Pi}{2\Pi} = \frac{A \sqrt{2g(H-h)}}{A \sqrt{2g(H'-h)}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{H-h}{H'-h} \Rightarrow H'-h = 4H-4h \Rightarrow \boxed{H' = 5h}$$

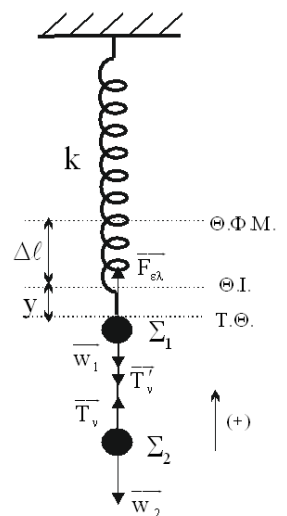
B3. Σωστή επιλογή γ

Τα δύο σώματα εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση με κοινή κυκλική συχνότητα ω και διαφορετικές σταθερές επαναφοράς.

$$D = k \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{2m}} \quad (1)$$

Η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος Σ_2 ισούται με:

$$D_{\Sigma_2} = m_2 \cdot \omega^2 \Rightarrow D_{\Sigma_2} = \frac{k}{2} \quad (2)$$



Η ικανή και αναγκαία συνθήκη για να εκτελεί το σώμα Σ_2 απλή αρμονική ταλάντωση είναι:

$$\Sigma F_y = -D_{\Sigma_2} \cdot y \Rightarrow T_v - m_2 \cdot g = -\frac{k}{2} \cdot y \Rightarrow T_v = m \cdot g - \frac{k}{2} \cdot y \quad (3)$$

Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του συστήματος σωμάτων ισχύει ότι:

$$\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow F_{ελ} - T'_v + T_v - w_1 - w_2 = 0 \Rightarrow k \cdot \Delta l = (m_1 + m_2) \cdot g \Rightarrow \Delta l = \frac{2m \cdot g}{k} \quad (4)$$

Το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος είναι ίσο με:

$$A = \frac{\Delta l}{2} \Rightarrow A = \frac{m \cdot g}{k} \quad (5)$$

Από τη σχέση (3) συμπεραίνουμε ότι το μέτρο της τάσης του νήματος είναι μέγιστο στη θέση $y = -A$ και ελάχιστο στη θέση $y = +A$. Άρα

$$\frac{T_{\min}}{T_{\max}} = \frac{m \cdot g - \frac{k}{2} \cdot (+A)}{m \cdot g - \frac{k}{2} \cdot (-A)} \stackrel{(5)}{\Rightarrow} \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = \frac{\frac{m \cdot g}{2}}{\frac{3m \cdot g}{2}} \Rightarrow \boxed{\frac{T_{\min}}{T_{\max}} = \frac{1}{3}}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η εξίσωση ταλάντωσης των δύο πηγών είναι της μορφής $y = A \cdot \eta \mu \omega t$. Επομένως το πλάτος και η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης τους ισούται με $A = 0,2 \text{ m}$ και $\omega = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, αντίστοιχα.

Η περίοδος της ταλάντωσης είναι ίση με: $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 0,5 \text{ s}$.

Το κύμα από την κοντινή πηγή Π_2 , φτάνει στο σημείο M τη χρονική στιγμή t_2 , η οποία ισούται με:

$$v = \frac{r_2}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{r_2}{v} \Rightarrow t_2 = 1 \text{ s}$$

Τη χρονική στιγμή t_1 , όπου το σημείο Μ ακινητοποιείται, φτάνει σε αυτό το κύμα από την πηγή Π_1 . Τη στιγμή αυτή το σημείο Μ βρίσκεται για πρώτη φορά στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του μετά την έναρξη της. Δηλαδή θα ισχύει ότι

$$t_1 = t_2 + \frac{T}{2} \Rightarrow t_1 = 1,25 \text{ s}$$

Η απόσταση του φελλού από την Π_1 είναι:

$$v = \frac{r_1}{t_1} \Rightarrow r_1 = v \cdot t_1 \Rightarrow r_1 = 2,5 \text{ m}$$

Γ2. Η συχνότητα του κύματος είναι ίση με $T = \frac{1}{f} \Rightarrow f = 2 \text{ Hz}$

Σύμφωνα με τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής το μήκος κύματος θα ισούται με:

$$v_{\delta} = \lambda \cdot f \Leftrightarrow \lambda = \frac{v_{\delta}}{f} \Rightarrow \lambda = 1 \text{ m}$$

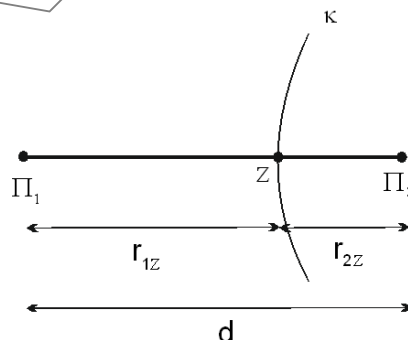
Οι δύο πηγές απέχουν απόσταση $d = r_1 + r_2 = 4,5 \text{ m}$.

Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Κ είναι ίσο με:

$$A'_K = 2A \cdot \left| \sin 2\pi \frac{r_{1K} - r_{2K}}{2\lambda} \right| \Rightarrow A'_K = 2A \cdot \left| \sin 2\pi \frac{d}{2\lambda} \right| \Rightarrow A'_K = 0 \text{ m}$$

Γ3. Έστω σημείο Ζ του ευθυγράμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ το οποίο ταλαντώνεται με πλάτος $2A$ μετά τη συμβολή των κυμάτων και ανήκει στον κ κροσσό ενίσχυσης.

$$\left. \begin{array}{l} r_{1Z} - r_{2Z} = \kappa \cdot \lambda \quad (+) \\ r_{1Z} + r_{2Z} = d \end{array} \right\} \Rightarrow r_{1Z} = \frac{\kappa + 4,5}{2} \text{ (S. I.)}$$



Επειδή το σημείο Z βρίσκεται μεταξύ των δύο πηγών θα ισχύει ότι:

$$0 < r_{1z} < d \Rightarrow 0 < \frac{\kappa + 4,5}{2} < 4,5 \Rightarrow -4,5 < \kappa < 4,5 \Rightarrow \kappa = (-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4)$$

Επομένως μεταξύ των δύο πηγών υπάρχουν 9 σημεία ενίσχυσης.

Γ4. Για να είναι το σημείο M σημείο ενίσχυσης μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτό, πρέπει να ισχύει

$$r_1 - r_2 = \kappa \cdot \lambda \Rightarrow r_1 - r_2 = \kappa \cdot \frac{v}{f} \Rightarrow f = \kappa \cdot \frac{v}{(r_1 - r_2)} \Rightarrow f = 4 \cdot \kappa \Rightarrow \boxed{f_{\min} = 4 \text{ Hz}}$$

Σύμφωνα με τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής το νέο μήκος κύματος θα ισούται με:

$$v_\delta = \lambda' \cdot f_{\min} \Leftrightarrow \lambda' = \frac{v_\delta}{f_{\min}} \Rightarrow \boxed{\lambda' = 0,5 \text{ m}}$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου M για $t' \geq 1,25 \text{ s}$ είναι:

$$y_M = 2A \cdot \text{συν} 2\pi \left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda'} \right) \eta\mu 2\pi \left(\frac{t'}{T_{\min}} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda'} \right) \Rightarrow$$

$$y_M = 0,4 \cdot \text{συν}\pi \cdot \eta\mu(8\pi \cdot t' - 9\pi) \text{ (S.I.)} \Rightarrow$$

$$y_M = -0,4 \cdot \eta\mu(8\pi \cdot t' - 9\pi) \text{ (S.I.)} \Rightarrow y_M = 0,4 \cdot \eta\mu(8\pi \cdot t' - 8\pi) \text{ (S.I.)}$$

Η εξίσωση της φάσης του σημείου M για $t' \geq 1,25 \text{ s}$ είναι:

$$\boxed{\varphi_M = 8\pi \cdot t' - 8\pi \text{ (S.I.)}, t' \geq 1,25 \text{ s}}$$

Το κύματα από τις δύο πηγές, φτάνουν ταυτόχρονα στο μέσο Λ του ευθυγράμμου τμήματος Π₁Π₂ τη χρονική στιγμή t_3 , η οποία ισούται με:

$$v = \frac{r_{1\Lambda}}{t_3} \Rightarrow t_3 = \frac{d}{v} \Rightarrow t_3 = 1,125 \text{ s}$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Λ για $t' \geq 1,125 \text{ s}$ είναι:

$$y_{\Lambda} = 2A \cdot \sigma \nu 2\pi \left(\frac{r_{1\Lambda} - r_{2\Lambda}}{2\lambda'} \right) \eta \mu 2\pi \left(\frac{t'}{T_{\min}} - \frac{r_{1\Lambda} + r_{2\Lambda}}{2\lambda'} \right) \Rightarrow$$

$$y_{\Lambda} = 0,4 \cdot \sigma \nu 0 \cdot \eta \mu (8\pi \cdot t' - 9\pi) \text{ (S.I.)} \Rightarrow$$

$$y_{\Lambda} = -0,4 \cdot \eta \mu (8\pi \cdot t' - 9\pi) \text{ (S.I.)}$$

Η εξίσωση της φάσης του σημείου Λ για $t' \geq 1,125 \text{ s}$ είναι:

$$\varphi_{\Lambda} = 8\pi \cdot t' - 9\pi \text{ (S.I.), } t' \geq 1,125 \text{ s}$$

Η ζητούμενη διαφορά φάσης είναι ίση με:

$$\Delta\varphi = \varphi_M - \varphi_{\Lambda} = 8\pi \cdot t' - 8\pi - 8\pi \cdot t' + 9\pi \Rightarrow \Delta\varphi = \pi \text{ rad}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το σύστημα ράβδος – τροχαλία και σώμα Σ_1 ισορροπούν ακίνητα.

Ράβδος

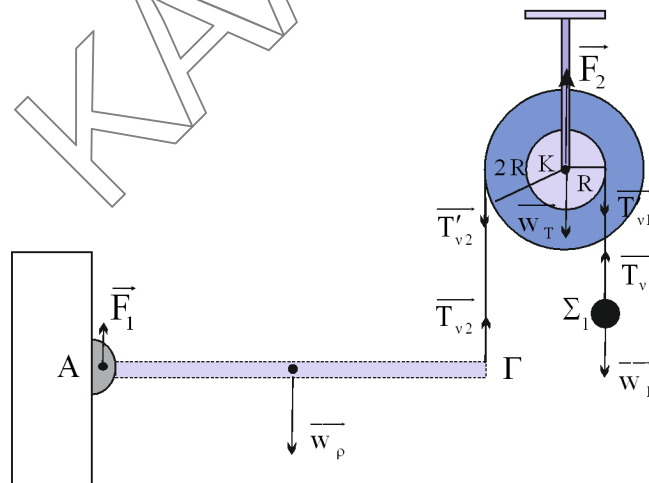
$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow T_{v2} \cdot L - w_p \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow T_{v2} = 10 \text{ N}$$

Τροχαλία

$$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \Rightarrow T_{v2} \cdot 2R - T_{v1} \cdot R = 0 \Rightarrow T_{v1} = 20 \text{ N}$$

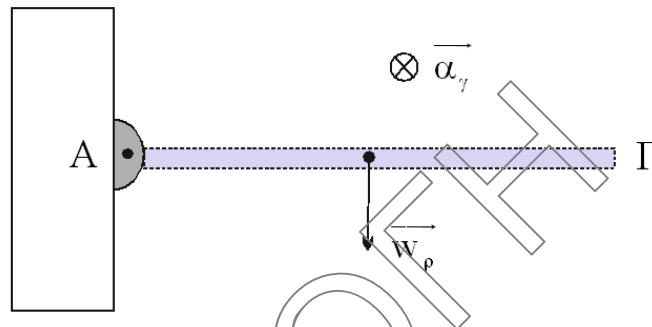
Σώμα Σ_1

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_{v1} = w_1 \Rightarrow T_{v1} = m_1 \cdot g \Rightarrow m_1 = 2 \text{ kg}$$



- Δ2. Εφαρμόζουμε θεώρημα Steiner για τη ράβδο ως προς τον άξονα περιστροφής της.

$$I_p = I_{cm} + M_p \left(\frac{L}{2} \right)^2 \Rightarrow I_p = \frac{1}{3} M_p \cdot L^2 \Rightarrow I_p = \frac{2}{3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη στροφική κίνηση της ράβδου αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.

$$\Sigma \tau_{(A)} = I_p \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow W_p \cdot \frac{L}{2} = I_p \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow \alpha_\gamma = 15 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

- Δ3. Επειδή το νήμα δε γλιστρά στο αυλάκι της τροχαλίας όλα τα σημεία του έχουν την ίδια ταχύτητα. Άρα

$$v_1 = v_\gamma \Rightarrow v_1 = \omega \cdot R \Leftrightarrow v_1 = \frac{\omega}{R} (I)$$

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για το σύστημα «σώμα Σ_1 – τροχαλία» αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος μέχρι τη στιγμή της κρούσης.

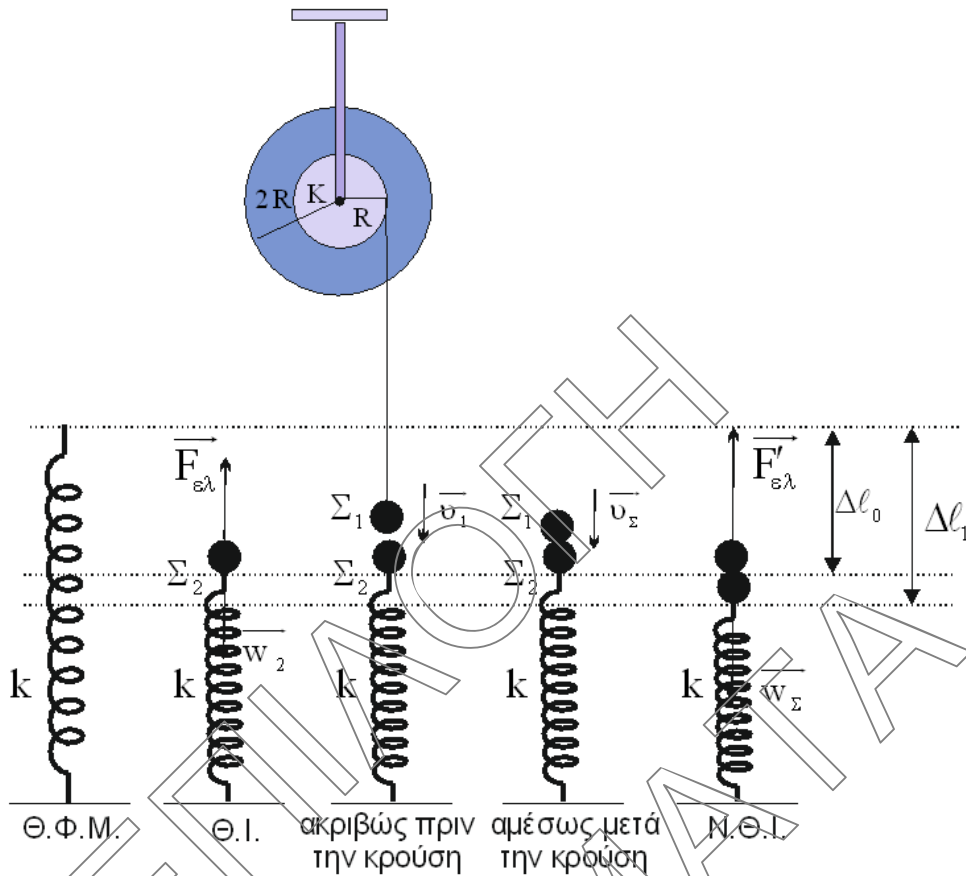
$$K_{\text{τελ}(\Sigma_1)} + K_{\text{τελ}(\text{τροχαλίας})} - K_{\text{αρχ}(\Sigma_1)} - K_{\text{αρχ}(\text{τροχαλίας})} = W_{w_1} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} I_{\text{cm}(\text{τροχαλίας})} \cdot \omega^2 = m_1 \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} 2 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} 2 \cdot R^2 \cdot \frac{v_1^2}{R^2} = 24 \Rightarrow$$

$$v_1^2 = 12 \Rightarrow v_1 = 2\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ_2 ισχύει ότι:

$$\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow F_{\text{ελ}} - w_2 = 0 \Rightarrow k \cdot \Delta \ell_0 = m_2 \cdot g \Rightarrow \Delta \ell_0 = 0,2 \text{ m}$$



Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής (Α.Δ.Ο.) κατά την κρούση των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 , το σύστημα των οποίων θεωρούμε μονωμένο.

$$\vec{p}_{\text{συστ(πριν)}} = \vec{p}_{\text{συστ(μετά)}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_\Sigma \Rightarrow m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{u}_\Sigma$$

$$m_1 \cdot u_1 + 0 = (m_1 + m_2) \cdot u_\Sigma \Rightarrow u_\Sigma = \sqrt{3} \frac{m}{s}$$

Στη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος ισχύει ότι:

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow F'_{\text{ελ}} - w = 0 \Rightarrow k \cdot \Delta l_1 = (m_1 + m_2) \cdot g \Rightarrow \Delta l_1 = 0,4 \text{ m}$$

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

$$E_T = K + U_T \Rightarrow \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u_\Sigma^2 + \frac{1}{2} D (\Delta l_1 - \Delta l_0)^2 \Rightarrow$$

$$100 A^2 = 12 + 100 \cdot (0,2)^2 \Rightarrow 100 A^2 = 16 \Rightarrow \boxed{A = 0,4 \text{ m}}$$

- Δ4. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για την κίνηση της ράβδου από την οριζόντια στην κατακόρυφη θέση.

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{w_p} \Rightarrow \frac{1}{2} I_p \cdot \omega^2 = M_p \cdot g \cdot \frac{L}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} I_p \cdot \omega^2 = M_p \cdot g \cdot \frac{L}{2} \Rightarrow \omega = \sqrt{30} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Εξαιτίας της πρόσκρουσης η ράβδος χάνει το 75% της κινητικής της ενέργειας που είχε ακριβώς πριν. Συνεπώς

$$K_{\text{μετα}} = \frac{25}{100} \cdot K_{\text{πριν}} \Rightarrow \frac{1}{2} I_p \cdot (\omega')^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} I_p \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega' = \frac{\omega}{2} = \frac{\sqrt{30}}{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Η μεταβολή της στροφορμής της ράβδου εξαιτίας της πρόσκρουσης είναι ίση με:

$$\Delta \vec{L} = \vec{L}_{\text{μετα}} - \vec{L}_{\text{πριν}} = I_p \cdot \vec{\omega}' - I_p \cdot \vec{\omega} \Rightarrow \Delta L = I_p \cdot \omega' + I_p \cdot \omega \Rightarrow \Delta L = \sqrt{30} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$$

Εφαρμόζουμε τη γενικευμένη διατύπωση του 2^{ου} Νόμου του Newton για την πρόσκρουση της ράβδου στην ακίδα.

$$\vec{\Sigma \tau}_{(A)} = \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} \Rightarrow F \cdot L = \frac{\Delta L}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{F = 300 \text{ N}}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου αμέσως μετά την πρόσκρουση είναι ίσος με:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma \tau_A}}{dt} = \frac{d(\Sigma \tau_A \cdot \theta)}{dt} = \Sigma \tau_A \cdot \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \boxed{\frac{dK}{dt} = \Sigma \tau_A \cdot \omega' = 0}$$

Οι απαντήσεις είναι ενδεικτικές.

Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.