**ΤΑΞΗ:** **Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΜΑΘΗΜΑ:** **ΑΛΓΕΒΡΑ**

**Ημερομηνία: Σάββατο 11 Μαΐου 2019**
**Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες**

---

# ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

**Α1.** Αν η εξίσωση $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ με α,β,γ ∈ ℝ, $\alpha\neq 0$ ,έχει ρίζες τους πραγματικούς αριθμούς $x_1,x_2$, να αποδείξετε ότι: $x_1+x_2=-\dfrac{\beta}{\alpha}$ και $x_1\cdot x_2=\dfrac{\gamma}{\alpha}$

**Μονάδες 12**

**Α2.** Δίνεται ένα σημείο Μ(x,y) Στη στήλη Α δίνεται το είδος της συμμετρίας και στην στήλη Β το συμμετρικό του Μ. Να αντιστοιχίσετε κάθε γράμμα της στήλης Α στον σωστό αριθμό της στήλης Β.

| | |
|---|---|
| **α.** Ως προς τον άξονα xx΄ | **1.** Α(x,-y) |
| **β.** Ως προς τον άξονα yy΄ | **2.** Β(-x,-y) |
| **γ.** Ως προς την αρχή των αξόνων | **3.** Γ(-x,y) |
| **δ.** Ως προς την ευθεία y = x | **4.** Δ(x,y) |
| | **5.** Ε(y,x) |

**Μονάδες 8**

**Α3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Αν το τριώνυμο $\alpha x^2+\beta x+\gamma$ με α,β,γ $x$ ∈ ℝ, $\alpha\neq 0$, έχει Δ>0 τότε ισχύει $\alpha x^2+\beta x+\gamma\succ 0$ για κάθε $x$ ∈ ℝ

**β.** Η εξίσωση $(\lambda-1)\chi=\lambda^2+2$ με $\lambda$ ∈ ℝ για $\lambda=1$ είναι αδύνατη.

**γ.** Για κάθε $\chi,\chi_0$ ∈ ℝ και $\rho>0$ ισχύει :

$$|\chi-\chi_0|\prec\rho\Leftrightarrow\chi\in(\chi_0-\rho,\chi_0+\rho)\Leftrightarrow\chi_0-\rho<\chi<\chi_0+\rho$$

**δ.** Η εξίσωση $x^\nu = \alpha$ με α>0 και ν άρτιος φυσικός αριθμός έχει μοναδική λύση.

**ε.** Αν α,β,γ πραγματικοί αριθμοί τότε: $\alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma \Leftrightarrow \alpha = \beta$

**Μονάδες 5**

## ΘΕΜΑ Β

**Β1.** Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

**i)** $a = \sqrt{\sqrt{12} - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{\sqrt{12} + \sqrt{3}}$

**ii)** $\beta = \sqrt{\dfrac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{4}} + \sqrt[3]{27}}$

**Μονάδες 3 + 3**

**Β2.** Να λυθούν οι εξισώσεις

**i)** $x^2 - 3x + 2 = 0$ (1)

**ii)** $d(x, \rho_1) = \rho_2$ όπου $\rho_1$ η μικρότερη λύση της εξίσωσης (1) και $\rho_2$ η μεγαλύτερη.

**Μονάδες 5 + 5**

**Β3.** Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$x^2 - x - 2 \prec 0$ και $|x-1| \prec 2$

**Μονάδες 9**

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = x^2 - (a+1)x + 2a - 1$ (1) με $\alpha \in \mathbb{R}$.

**Γ1.** Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης $f(x) = 0$ είναι $\Delta = \alpha^2 - 6\alpha + 5$

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Να δείξετε ότι αν $a \in (1,5)$ τότε $f(x) \succ 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

**Μονάδες 8**

**Γ3.** Να βρεθούν οι τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $f(x) = 0$ να έχει δυο ρίζες αντίθετες και να βρεθούν οι ρίζες.

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Να δείξετε ότι δεν υπάρχουν τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε το τριώνυμο να έχει δυο πραγματικές αρνητικές ρίζες.

**Μονάδες 5**

## <u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δίνεται συνάρτηση $f(x) = 1 - \frac{\mu}{x} + \frac{4}{x^2}, \mu \in \mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο Μ(1,1)

**Δ1.** Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης Α και να υπολογίσετε την τιμή του μ.

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Αν $\mu = 4$ να δείξετε ότι $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in A$ και να λύσετε την εξίσωση $|x|\sqrt{f(x)} = 2$

**Μονάδες 8**

**Δ3.** Δίνεται ευθεία ε: $y = f(1)x + f(-1)$. Να βρεθούν τα σημεία τομής της ευθείας με τους άξονες $xx'$ και $yy'$.

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ζ) η οποία είναι παράλληλη με την (ε) του ερωτήματος Δ3 και διέρχεται από το συμμετρικό του σημείου Μ ως προς τον άξονα xx΄.

**Μονάδες 6**