



08 επαναληπτικά θέματα

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΑ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Έστω x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$. Να αποδείξετε ότι:

i. $x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$

ii. $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$

(9 μονάδες)

B. Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε την σωστή απάντηση :

i. Οι $\varepsilon_1 : y = 2x+5$ και $\varepsilon_2 : y = \lambda x + 2008$ είναι παράλληλες αν:

a. $\lambda=5$

b. $\lambda=2008$

c. $\lambda = -\frac{1}{2}$

d. $\lambda=2$

ii. Αν η εξίσωση $x^2 - 5x + \kappa = 0$ έχει ρίζα το 2 τότε:

a. $\kappa = 6$

b. $\kappa = 0$

c. $\kappa = \sqrt{2}$

d. $\kappa = -6$

iii. Αν $D=0$ και $Dx=Dy=5$ τότε το σύστημα:

a. έχει άπειρο πλήθος λύσεων

b. είναι αδύνατο

c. έχει μοναδική λύση $(x,y) = (0,0)$

d. έχει μοναδική λύση $(x,y) = (5,5)$

(6 μονάδες)

Γ. Να σημειώσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ) :

- i. Αν $x \geq 0$ τότε $|x| = x$
- ii. Η εξίσωση $x^2 + ax - 1 = 0$ έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $a \in \mathbb{R}$
- iii. $\sqrt{\alpha^2} = (\sqrt{\alpha})^2$, για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$
- iv. $\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha - \beta}$, για κάθε $\alpha > \beta > 0$
- v. $xy = x^2 \Leftrightarrow x = y$, για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 + 2x}$$

A. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης και να απλοποιηθεί ο τύπος της.
(10 μονάδες)

B. Να υπολογιστεί η παράσταση:

$$A = \frac{f(3) - f(1)}{\sqrt{f(4)} - 2}$$

(8 μονάδες)

Γ. Να λυθεί η εξίσωση $|f(4) \cdot x - 1| = |2 - f(3) \cdot x|$
(7 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $x^3 - (\lambda+1)x + \lambda = 0$

i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε τιμή του λ .
(8 μονάδες)

ii. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης να βρείτε το λ ώστε $(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10$
(8 μονάδες)

iii. Για $\lambda=3$, να κατασκευάσετε εξίσωση 2^ο βαθμού με ρίζες $2x_1$ και $2x_2$.
(9 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται το σύστημα:

$$\begin{cases} -x + y = \lambda \\ x - 2y = \lambda^2 + \lambda \end{cases}$$

- i. Να δείξετε ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ (5 μονάδες)
- ii. Να βρεθεί η μοναδική λύση (x_0, y_0) του συστήματος. (8 μονάδες)
- iii. Να λυθεί η ανίσωση $x_0 + y_0 \geq -3$ (12 μονάδες)

