

**ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Δίνεται η συνάρτηση $F(x)=f(x)+g(x)$. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες, να αποδείξετε ότι: $F'(x)=f'(x)+g'(x)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

B. Ρίχνουμε ένα ζάρι μια φορά και η ένδειξή του είναι ο αριθμός 4. Έστω τα ενδεχόμενα $A=\{1, 3, 5\}$ και $B=\{2, 4, 6\}$

Να χαρακτηρίσετε σαν Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ) καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις 1 έως 4:

1. Πραγματοποιήθηκε το ενδεχόμενο $A \cap B$.
2. Πραγματοποιήθηκε τουλάχιστον ένα από τα A και B .
3. Πραγματοποιήθηκε το αντίθετο ενδεχόμενο του B .
4. Πραγματοποιήθηκε το ενδεχόμενο $A \cap B'$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

Γ. Οι παρατηρήσεις $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ έχουν μέση τιμή $\bar{x} = 4$, εύρος $R=10$ και τυπική απόκλιση $s=2$.

Να γράψετε τη μέση τιμή, το εύρος και την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων $-2t_1, -2t_2, -2t_3, \dots, -2t_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$)

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

Δ. Να γράψετε τους κανόνες, που δίνουν τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

$cf(x)$ με c πραγματική σταθερά, $f(x)g(x)$, $\frac{f(x)}{g(x)}$ με $g(x) \neq 0$, $f(g(x))$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

ΘΕΜΑ 2°

Ένα κουτί περιέχει μία κόκκινη σφαίρα K και τρεις μαύρες τις M_1 , M_2 και M_3 . Αφαιρούμε τυχαίως μια σφαίρα από το κουτί, την καταγράφουμε και στην συνέχεια αφαιρούμε τυχαίως μια δεύτερη σφαίρα και την καταγράφουμε επίσης.

α. Να βρείτε το δειγματικό χώρο Ω του πειράματος. ΜΟΝΑΔΕΣ 9

β. Να παραστήσετε με αναγραφή τα ενδεχόμενα, που προσδιορίζονται από την αντίστοιχη ιδιότητα:

A: “Και οι δύο σφαίρες είναι μαύρες”

B: “Μόνο μία σφαίρα είναι μαύρη”

Γ “Καμία σφαίρα δεν είναι μαύρη”

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

γ. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των A, B και Γ. ΜΟΝΑΔΕΣ 4

δ. Να σχεδιάσετε το σημειόγραμμα, που περιγράφει τον αριθμό των μαύρων σφαιρών, που περιέχουν τα απλά ενδεχόμενα του Ω . ΜΟΝΑΔΕΣ 5

ΘΕΜΑ 3°

Έστω ο δειγματικός χώρος Ω και ένα μη κενό ενδεχόμενό του A. ($A \neq \emptyset$)

A. Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

B. Θεωρούμε τις παρατηρήσεις: $P(A)$, $P(A')$, $P(\emptyset)$, $P(\Omega)$.

α. Να υπολογίσετε την μέση τιμή τους και την διάμεσό τους. ΜΟΝΑΔΕΣ 6

β. Να δείξετε, ότι η διακύμανσή τους είναι: $s^2 = \frac{1}{4} [2P^2(A) - 2P(A) + 1]$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

γ. Να δείξετε, ότι: $CV \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ και η ισότητα ισχύει, όταν $P(A) = P(A')$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

ΘΕΜΑ 4°

Τα ψυγεία μιας εταιρείας συντήρησης τροφίμων είναι κατανεμημένα σε τέσσερις κλάσεις, σύμφωνα με την θερμοκρασία X (σε $^{\circ}\text{C}$), που επικρατεί στο εσωτερικό τους, όπως φαίνεται στη πρώτη στήλη του επόμενου πίνακα.

Κλάσεις [$-$, $-$)	Κεντρικές τιμές x_i	Συχνότητες v_i	Σχετικές συχνότητες $f_i \%$
$[-4, -2)$			
$[-2, 0)$			
$[0, 2)$			
$[2, 4)$			
ΣΥΝΟΛΟ:			

Σε σχέση με τον αριθμό των ψυγείων της πρώτης κλάσης, η δεύτερη κλάση έχει τριπλάσιο αριθμό και η τέταρτη πενταπλάσιο αριθμό ψυγείων.

A. Να αποδείξετε, ότι η μέση θερμοκρασία των ψυγείων είναι $\bar{x} = 1^{\circ}\text{C}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

B. Έστω, ότι η τρίτη κλάση έχει ίδιο αριθμό ψυγείων με την πρώτη κλάση.

α. Να συμπληρώσετε την στήλη με τις σχετικές συχνότητες $f_i \%$ του παραπάνω πίνακα και να κατασκευάσετε το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

ΜΟΝΑΔΕΣ 9

β. Να υπολογίσετε την διάμεσο θερμοκρασία δ .

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

γ Από το πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων, να εκτιμήσετε το ποσοστό των ψυγείων με θερμοκρασία μεγαλύτερη από $0,5^{\circ}\text{C}$. ΜΟΝΑΔΕΣ 5