

Α Π Α Ν Τ Η Σ Ε Ι Σ

ΘΕΜΑ 1ο

1α, 2γ, 3δ, 4γ, 5 αλ, βλ, γΣ, δΣ, 6 αΣ, βλ, γΣ, δλ

ΘΕΜΑ 2ο

- 1.** Οι δύο κανόνες είναι ο δεύτερος κανόνας του Kirchhoff και ο κανόνας του Lenz.

Ο δεύτερος κανόνας του Kirchhoff διατυπώνεται ως εξής:

Κατά μήκος ενός κλειστού κυκλώματος που διαρρέεται από ρεύμα, το αλγεβρικό άθροισμα των διαφορών δυναμικού είναι μηδέν.

Ο κανόνας του Lenz διατυπώνεται ως εξής:

Το επαγωγικό ρεύμα έχει τέτοια φορά, ώστε να αντιστέκεται στην αιτία που το προκαλεί.

- 2.** Στην έκφραση του συντελεστή ισχύος ενός κυκλώματος, η διαφορά φάσης θ μεταξύ της τάσης V που εφαρμόζεται στα άκρα του κυκλώματος και της έντασης του ρεύματος I που διαρρέει το κύκλωμα λαμβάνεται χωρίς το πρόσημό της. Επομένως, από τη σχέση $\cos\theta = \frac{1}{2}$ συμπεραίνουμε ότι μπορεί να είναι $\theta = \frac{\pi}{3}$ ή $\theta = -\frac{\pi}{3}$. Όταν είναι $\theta = \frac{\pi}{3}$, η τάση V προηγείται της έντασης του ρεύματος I και η συμπεριφορά του κυκλώματος είναι επαγωγική. Όταν $\theta = -\frac{\pi}{3}$, η ένταση του ρεύματος I προηγείται της τάσης V και η συμπεριφορά του κυκλώματος είναι χωρητική. Άρα, σωστές είναι οι προτάσεις α) και β).

- 3.** Προφανώς, υπάρχει αρχική φάση, έστω φ_0 . Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος είναι:

$$x = x_0 \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \quad (1)$$

Για $t = 0$ και $x = 0$ η εξίσωση (1) γράφεται:

$$0 = x_0 \eta \mu \varphi_0 \quad \text{ή} \quad \eta \mu \varphi_0 = 0 \quad \text{ή} \quad \begin{cases} \varphi_0 = 0 \\ \varphi_0 = \pi \end{cases}$$

Η εξίσωση της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι:

$$v = v_0 \sigma \upsilon \nu (\omega t + \varphi_0) \quad \text{ή, για } t = 0, \quad v = v_0 \sigma \upsilon \nu \varphi_0$$

Για $\varphi_0 = 0$ είναι $v = v_0 > 0$. Για $\varphi_0 = \pi$ είναι $v = -v_0 < 0$. Άρα, δεκτή είναι η τιμή $\varphi_0 = \pi$.

Οι ζητούμενες εξισώσεις είναι:

$$x = x_0 \eta \mu (\omega t + \pi)$$

$$v = \omega x_0 \sigma \upsilon \nu (\omega t + \pi)$$

$$a = -\omega^2 x_0 \eta \mu (\omega t + \pi)$$

ΘΕΜΑ 3ο

A. Από την εξίσωση της τάσης έχουμε:

$$V_0 = 400\sqrt{2} \text{ V} \quad \text{και} \quad \omega = 200 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Από την εξίσωση της έντασης του ρεύματος έχουμε:

$$I_0 = 2 \text{ A}$$

Έστω Z η εμπέδηση του κυκλώματος και θ η διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης στα άκρα του κυκλώματος και της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

Από το νόμο του Ohm έχουμε:

$$Z = \frac{V_0}{I_0} \quad \text{ή} \quad Z = \frac{400\sqrt{2} \text{ V}}{2 \text{ A}} \quad \text{ή} \quad Z = 200\sqrt{2} \Omega$$

Η διαφορά φάσης θ είναι:

$$\theta = \theta_v - \theta_i \quad \text{ή} \quad \theta = 200t - (200t + \frac{\pi}{4}) \quad \text{ή} \quad \theta = -\frac{\pi}{4}$$

Β. Έστω Z_C η εμπέδηση του πυκνωτή. Ισχύει:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{-Z_C}{R} \quad \text{ή} \quad \varepsilon\varphi\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{Z_C}{R} \quad \text{ή} \quad -1 = -\frac{Z_C}{R} \quad \text{ή} \quad Z_C = R \quad (1)$$

Ισχύει, επίσης:

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_C^2} \quad \text{ή, λόγω της (1),} \quad Z = \sqrt{R^2 + R^2} \quad \text{ή} \quad Z = R\sqrt{2} \quad \text{ή} \quad R = \frac{Z}{\sqrt{2}} \quad \text{ή} \quad R = \frac{200\sqrt{2}\Omega}{\sqrt{2}} \quad \text{ή} \quad R = 200\Omega$$

Από την (1) έχουμε:

$$Z_C = R \quad \text{ή} \quad \frac{1}{\omega C} = R \quad \text{ή} \quad C = \frac{1}{\omega R} \quad \text{ή} \quad C = \frac{1}{2 \cdot 10^2 \frac{1}{s} \cdot 2 \cdot 10^2 \Omega} \quad \text{ή} \quad C = \frac{1}{4 \cdot 10^4} F \quad \text{ή} \quad C = 25 \mu F$$

Γ.

Γ1. Έστω L ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου που πρέπει να συνδεθεί, ώστε ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος να γίνει ίσος με τη μονάδα, δηλαδή το κύκλωμα να βρεθεί σε κατάσταση συντονισμού. Από τη συνθήκη συντονισμού έχουμε:

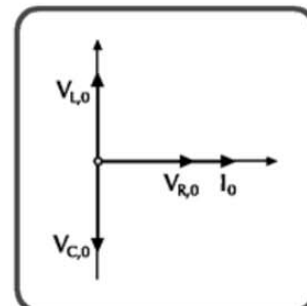
$$L\omega = \frac{1}{\omega C} \quad \text{ή} \quad L = \frac{1}{\omega^2 C} \quad \text{ή} \quad L = \frac{1}{\left(2 \cdot 10^2 \frac{1}{s}\right)^2 \cdot 25 \cdot 10^{-6} F} \quad \text{ή} \quad L = \frac{1}{4 \cdot 10^4 \cdot 25 \cdot 10^{-6}} \quad \text{ή} \quad L = 1H$$

Γ2. Σύμφωνα με τη θεωρία, κατά το συντονισμό ισχύει:

$$V_{L,0} = V_{C,0}$$

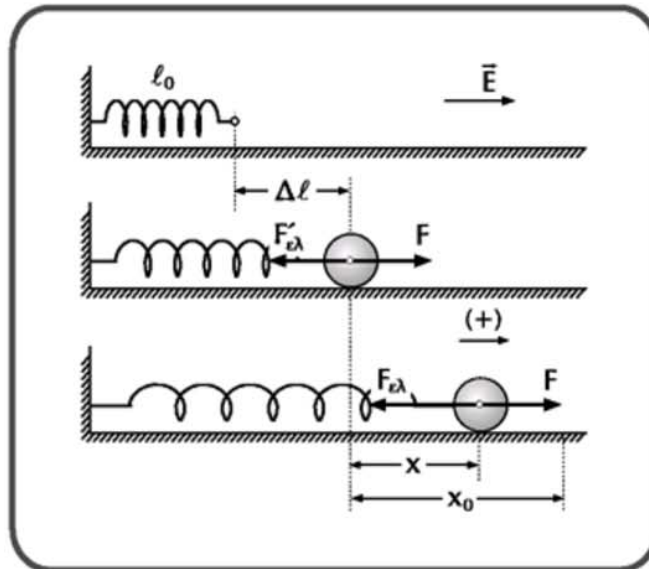
Επειδή η τάση στο πηνίο προηγείται της τάσης στον πυκνωτή κατά π rad, κατά το συντονισμό η συνισταμένη των διανυσμάτων $\vec{V}_{L,0}$ και $\vec{V}_{C,0}$ θα είναι μηδέν. Άρα:

$$V_{LC,0} = 0 \quad \text{ή} \quad V_{LC,ev} = 0$$



ΘΕΜΑ 4ο

α.



Η σφαίρα αρχικά ισορροπεί με την επίδραση της δύναμης του ελατηρίου $F'_{ελ} = K\Delta\ell$ και της δύναμης από το ηλεκτρικό πεδίο $F = Eq$. Ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \quad \text{ή} \quad K\Delta\ell = Eq \quad (1)$$

Θεωρούμε τη φορά προς την οποία έγινε η εκτροπή της σφαίρας ως θετική. Όταν η σφαίρα βρίσκεται σε μια τυχαία απομάκρυνση x , η δύναμη που δέχεται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου είναι:

$$\Sigma F = -F_{ελ} + F \quad \text{ή} \quad \Sigma F = -K(\Delta\ell + x) + Eq \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad \Sigma F = -K\Delta\ell - Kx + Eq \quad \text{ή, λόγω της (1),} \quad \Sigma F = -Kx$$

Επειδή $K = \text{σταθερό}$, η τελευταία σχέση δηλώνει ότι η δύναμη επαναφοράς ΣF που ασκείται στη σφαίρα είναι ανάλογη προς την απομάκρυνση x και έχει φορά τέτοια, ώστε να τείνει να φέρει το σώμα σε θέση ισορροπίας. Επομένως, η σφαίρα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με $D = K$.

β. Η περίοδος της ταλάντωσης της σφαίρας είναι:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \quad \text{ή, για } D = K, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad \text{ή} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{10^{-1} \text{ Kg}}{10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}}} \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad T = 2\pi\sqrt{10^{-4}} \text{ s} \quad \text{ή} \quad T = 2\pi 10^{-2} \text{ s} \quad \text{ή} \quad T = \frac{\pi}{50} \text{ s}$$

γ. Για μια τυχαία απομάκρυνση x ($x > 0$) της σφαίρας ισχύει:

$$\Sigma F = -Kx \quad \text{ή} \quad -F_{ελ} + Eq = -Kx_0 \eta \mu \omega t \quad \text{ή} \quad F_{ελ} = Eq + Kx_0 \eta \mu \omega t \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad F_{ελ} = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 10^{-3} \text{ C} + 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,1 \text{ m} \cdot \eta \mu 100t \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad F_{ελ} = 200 + 100 \eta \mu 100t \quad (\text{S.I.})$$

δ. Έστω x'_0 το νέο πλάτος της ταλάντωσης της σφαίρας. Η ενέργεια του συστήματος τη στιγμή που καταργείται το ηλεκτρικό πεδίο είναι:

$$E_{ολ} = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} K \Delta \ell^2 \quad (1)$$

Επειδή είναι $\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} K x_0^2$, η σχέση (1) γράφεται:

$$E_{ολ} = \frac{1}{2} K x_0^2 + \frac{1}{2} K \Delta \ell^2 \quad (2)$$

Η ενέργεια του συστήματος, όταν το σώμα φθάνει στη μέγιστη θετική απομάκρυνσή του x'_0 , είναι:

$$E_{ολ} = \frac{1}{2} K x_0'^2 \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (2) και (3) παίρνουμε:

$$\frac{1}{2} K x_0'^2 = \frac{1}{2} K x_0^2 + \frac{1}{2} K \Delta \ell^2 \quad \text{ή} \quad x_0 = \sqrt{x_0'^2 + \Delta \ell^2} \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad x_0 = \sqrt{(10^{-1} \text{ m})^2 + (2 \cdot 10^{-1} \text{ m})^2} \quad \text{ή} \quad x_0 = \sqrt{5} \cdot 10^{-1} \text{ m}$$