ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2000
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

Φροντιστήριο "ΕΠΙΛΟΓΗ" Καλαμάτα

ΘΕΜΑ 1ο

Α. α. Θεωρία σχολικού βιβλίου , σελ. 31

β. Θεωρία σχολικού βιβλίου , σελ. 31

$$[cf(x)]' = cf'(x), c \in R,$$

$$[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x),$$

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)},$$

με $g(x) \neq 0$

Β. α. $\alpha \to 5, \quad \beta \to 1, \quad \gamma \to 7, \quad \delta \to 2$

β. Σωστό το Δ

ΘΕΜΑ 2ο

Α.

x_i	v_i	f_i	f_i %	Ni	$x_i v_i$	x_i^2	$x_i^2 v_i$
1	10	**0,2**	**20,0**	**10**	10	1	10
2	**25**	**0,5**	**50,0**	35	**50**	4	**100**
3	**15**	**0,3**	**30,0**	**100**	**45**	9	**135**
Σύνολο	ν = 50	1	100		**105**		**245**

Β. Είναι:

$$\bar{x} = \frac{x_1v_1 + x_2v_2 + x_3v_3}{v_1 + v_2 + v_3} = \frac{\sum_{i=1}^{3} x_i v_i}{\sum_{i=1}^{v} v_1} = \frac{1}{50} \cdot 105 = 2{,}1.$$

Επειδή ν = 50 άρτιος, οι δύο μεσαίες παρατηρήσεις θα είναι η $25^η$ και η $26^η$ παρατήρηση. Άρα η διάμεσος είναι ο μέσος όρος (ημιάθροισμα) των μεσαίων παρατηρήσεων άρα δ = 2.

Γ. Είναι

$$\sum_{i=1}^{3} x_i^2 v_i = 245 \quad \text{και} \quad \left(\sum_{i=1}^{3} x_i v_i\right)^2 = 105^2 \quad \text{άρα}$$

$$s^2 = \left\{245 - \frac{105^2}{50}\right\} = \frac{1}{50}\left\{245 - \frac{11.025}{50}\right\} = \frac{1}{50}\{245 - 220{,}5\} = \frac{24{,}5}{50} = 0{,}49$$

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Αν Χ το ενδεχόμενο {ο μαθητής συμμετέχει στο διαγωνισμό ΕΜΕ}, Υ το ενδεχόμενο { ο μαθητής συμμετέχει στο διαγωνισμό ΕΦΕ} τότε

$$P(X) = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}, \quad P(Y) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \text{ και}$$

$$P(X \cap Y) = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$$

Άρα:

P(Α) = P (ο μαθητής να συμμετέχει σ' έναν τουλάχιστον διαγωνισμό) =

$$= P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y) =$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{6+5-3}{10} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

Β. P(Β) = P (ο μαθητής να συμμετέχει μόνο σ' έναν απ' τους δύο διαγωνισμούς) =

$$P\{(X - Y) \cup (Y - X)\ ] =$$

$$= P(X \cup Y) - P(X \cap Y) = P(A) - P(X \cap Y) =$$

$$= \frac{4}{15} - \frac{1}{10} = \frac{8-3}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

Γ. P(Γ) = P (ο μαθητής να μην συμμετέχει σε κανέναν από τους 2 διαγωνισμούς)

$$= P\left[(X \cup Y)'\right] = 1 - P(X \cup Y) = 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$$

ΘΕΜΑ 4ο

Α. Επειδή το 10% των ν = 100 εκπαιδευτικών ανήκουν στην πρώτη κλάση συμπεραίνουμε ότι η συχνότητα ν_1 της πρώτης κλάσης είναι $\nu_1 = 10\backslash 100 \cdot 100 = 10$. Όμοια υπολογίζουμε και τις συχνότητες των άλλων κλάσεων.

Χρόνια υπηρεσίας [-)	Σχετική συχνότητα f_i %	Συχνότητα ν_1
0-5	10	15

ΕΠΙΛΟΓΗ Φροντιστήριο Μέσης Εκπαίδευσης

5-10	15	15
15-20	12	12
10-15	15	15
20-25	18	18
25-30	18	18
30-35	12	12
Σύνολο	100	100

Οι εκπαιδευτικοί που έχουν τουλάχιστον 15 χρόνια υπηρεσίας θα είναι οι εκπαιδευτικοί των κλάσεων [15 - 20), [20 - 25), [25 - 30), [30 - 35), δηλαδή θα είναι συνολικά 15 + 18 + 18 + 12 = 63

Β.

α. Για τα επόμενα 12,5 χρόνια θα έχουν συμπληρώσει 35 χρόνια υπηρεσίας οι εκπαιδευτικοί των κλάσεων [25 - 30) και [30 - 35), δηλαδή 18 + 12 = 30, καθώς και x εκπαιδευτικοί της κλάσης [20 - 25) που ανήκουν στην υπόκλαση [22,5 - 25).Υποθέτοντας ότι τα 18 άτομα στην κλάση [20 - 25) είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα οι 9 έχουν πάνω από 22,5 χρόνια υπηρεσίας, άρα συνολικά 30 + 9 = 39.

Παρατήρηση 1: Αν τα 18 άτομα κλάσης [20 - 25) δεν είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα, τότε $0 \leq x \leq 18$ άρα οι εκπαιδευτικοί που θα συνταξιοδοτηθούν μέσα στα επόμενα 12,5 χρόνια θα είναι τουλάχιστον 30 και το πολύ 48.

Παρατήρηση 2: Αν φτιάξουμε με ακρίβεια το πολύγωνο των αθροιστικών συχνοτήτων της κατανομής και φέρουμε από το 22,5 του άξονα x παράλληλη προς τον άξονα y και από το σημείο τομής παράλληλη προς τον άξονα y βρίσκουμε την τιμή 61, άρα οι εκπαιδευτικοί είναι 100 – 61 = 39.

β. Μέσα στα επόμενα 5 χρόνια θα έχουν συμπληρώσει 35 χρόνια υπηρεσίας οι εκπαιδευτικοί της τελευταίας κλάσης. Άρα το ζητούμενο πλήθος θα είναι 12 εκπαιδευτικοί αφού όσοι θα συνταξιοδοτηθούν τόσοι θα προσληφθούν ώστε ο αριθμός των εκπαιδευτικών του Δήμου να παραμείνει ίδιος.

Φροντιστήριο ΕΠΙΛΟΓΗ